



LA GEOMETRIA NELL'ARTE

La teoria delle ombre in pittura

La pittura, in particolar modo dal Rinascimento, si avvale di effetti cromatici luminosi che, attraverso contrasti più o meno intensi di luci e ombre, accrescono e valorizzano le volumetrie fino a renderle in modo molto simile alla realtà.

Luci e ombre nelle architetture dipinte

Piero della Francesca è stato uno dei maggiori artisti della seconda metà del Quattrocento.

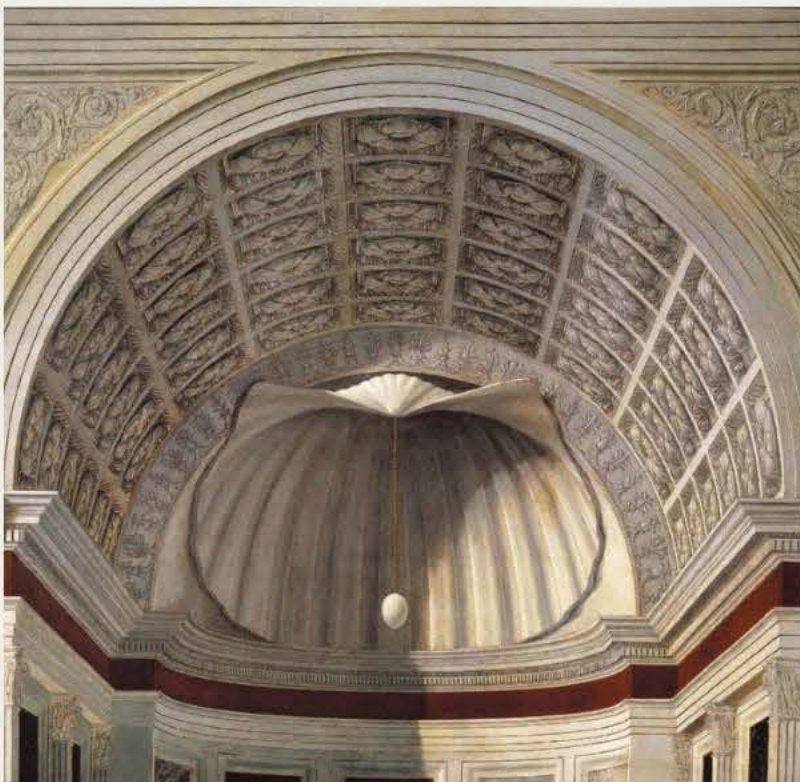
Oltre ad avere la fama di grande matematico e teorico della scienza prospettica, questo artista fu anche un profondo conoscitore delle leggi fisiche riguardanti la luce, come si può constatare nella *Pala di Brera* (FIG. 1a).

Nel particolare di FIG. 1b un perlaceo uovo di struzzo, simbolo di vita e di rinascita, è sospeso al centro della cavità absidale a forma di conchiglia.

La luce, una delle "protagoniste" del dipinto, sottolinea lo spazio dello sfondo, mette in evidenza l'uovo sospeso al catino absidale semicircolare e conferisce tridimensionalità all'architettura dipinta.



1a ▲ Piero della Francesca, *Pala di Brera*, 1472, tempera e olio su tavola. Milano, Pinacoteca di Brera.



1b ◀ Particolare dell'uovo nella conchiglia.



Assonometria

MODULO H

La prospettiva parallela nella geometria e nell'arte

UNITÀ 14

Proiezioni assonometriche

Definizione: l'assonometria è una proiezione cilindrica con centro di proiezione all'infinito che consente di rappresentare figure tridimensionali su un piano (quadro), ottenendo una visione di insieme dell'oggetto che, a differenza di quanto accade nelle proiezioni ortogonali, appare in larghezza, altezza e profondità in una sola immagine assai simile alla realtà.

L'assonometria è chiamata anche *prospettiva parallela* perché gli spigoli paralleli degli oggetti restano paralleli tra loro. Gli elementi per eseguire una assonometria sono:

- i **piani di proiezione** (PO, PV, PL) perpendicolari fra loro;
- gli **assi assonometrici** o **cartesiani** (x, y, z) sui quali si riportano le misure degli oggetti, determinati dalle rette di intersezione dei tre quadri fondamentali e che, quindi, risultano perpendicolari fra loro; il punto O comune agli assi e ai piani si chiama *origine*;
- il **quadro assonometrico**, sul quale appare la proiezione assonometrica, costituito da un piano che interseca i quadri di proiezione e può essere parallelo al PV (in giallo nelle figg. 1, 3, 5) e al PO e obliquo rispetto al triedro di riferimento;
- le **rette proiettanti**, parallele fra loro poiché il centro di proiezione (o punto di vista) è all'infinito, oblique o perpendicolari al quadro assonometrico: l'assonometria può essere quindi obliqua o ortogonale.

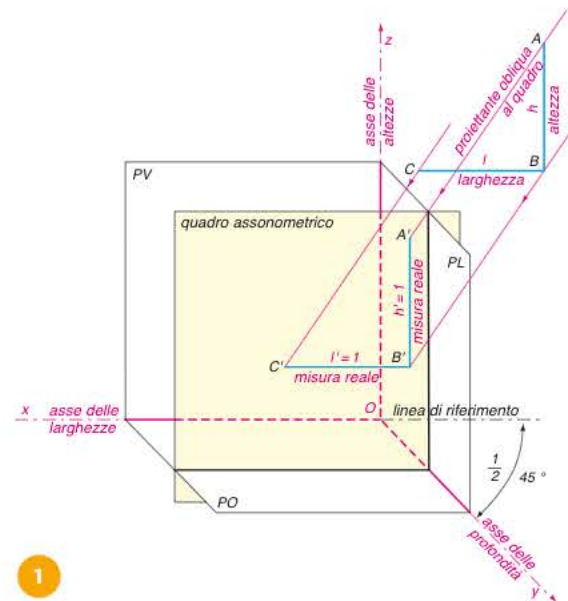
14.1

ASSONOMETRIA OBLIQUA

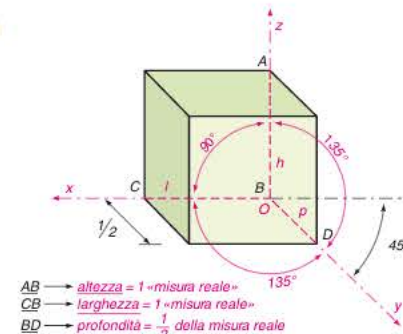
L'assonometria è detta *obliqua* quando le rette proiettanti sono inclinate rispetto al quadro assonometrico e quest'ultimo è parallelo a uno dei quadri fondamentali di riferimento. L'assonometria obliqua si distingue in *cavaliera* (rapida o generica), *monometrica*, *militare* o *aerea*.

ASSONOMETRIA OBLIQUA CAVALIERA RAPIDA

Il quadro assonometrico è parallelo al PV. Gli assi x e z, che rappresentano rispettivamente l'intersezione del PV con il PO e l'intersezione del PV con il PL (tracce), formano tra loro un angolo di 90°; su x si riportano le misure reali delle larghezze e su z quelle reali delle altezze; l'asse y, che rappresenta l'intersezione del PO con il PL (traccia), forma con la linea di riferimento (prolungamento di x) un angolo di 45°; su y si riportano le misure delle profondità ridotte della metà. Nella **FIG. 1** sono tracciati nello spazio (in azzurro) due segmenti AB e CB perpendicolari fra loro e corrispondenti alle misure, rispettivamente, dell'altezza e della larghezza del cubo rappresentato nella fig. 2. Le proiettanti passanti per i punti A, B, C, oblique al piano assonometrico (in rosso), determinano su di esso l'altezza A'B' parallela all'asse z e la larghezza C'B' parallela all'asse x, mantenendo inalterate le loro misure rispetto ad AB e CB.



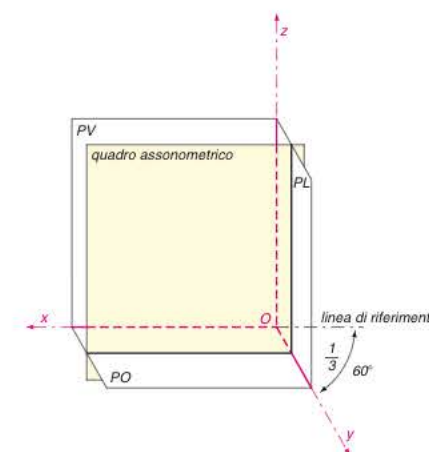
2



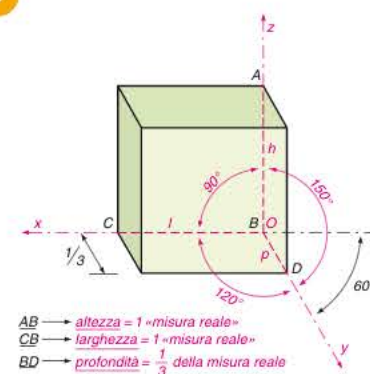
Nella **FIG. 2**, tracciati gli assi cartesiani (in rosso), che formano tra loro un angolo di 90° e due di 135°, si ottiene facilmente il cubo in assonometria cavaliere detta rapida, poiché sugli assi x e z si riportano, come nella fig. 1, le misure reali della larghezza e dell'altezza, mentre su y la misura della profondità semplicemente si dimezza.

ASSONOMETRIA OBLIQUA CAVALIERA GENERICA

Il procedimento è analogo al precedente, con la differenza che l'asse y forma con il prolungamento di x un angolo di 60° (**FIGG. 3 e 4**); ossia gli assi cartesiani (fig. 4, in rosso) formano tra loro angoli di 90°, 150°, 120° e il rapporto di riduzione sull'asse y si riduce a 1/3 della misura reale.

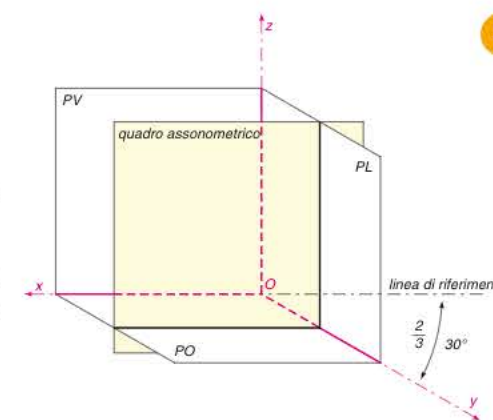


3

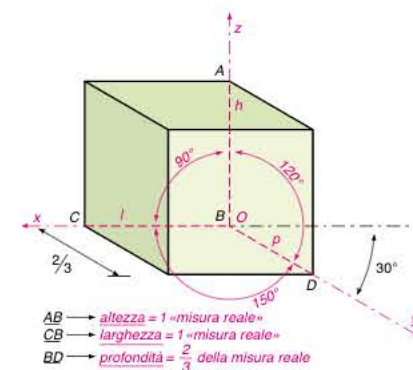


4

Con l'assonometria obliqua cavaliere generica l'asse y può formare, con il prolungamento di x, anche un angolo di 30° (**FIGG. 5 e 6**); gli assi cartesiani (fig. 6, in rosso) formano allora tra loro angoli di 90°, 120°, 150°; in quest'altro caso la misura della profondità su y diventa 2/3 della misura reale.



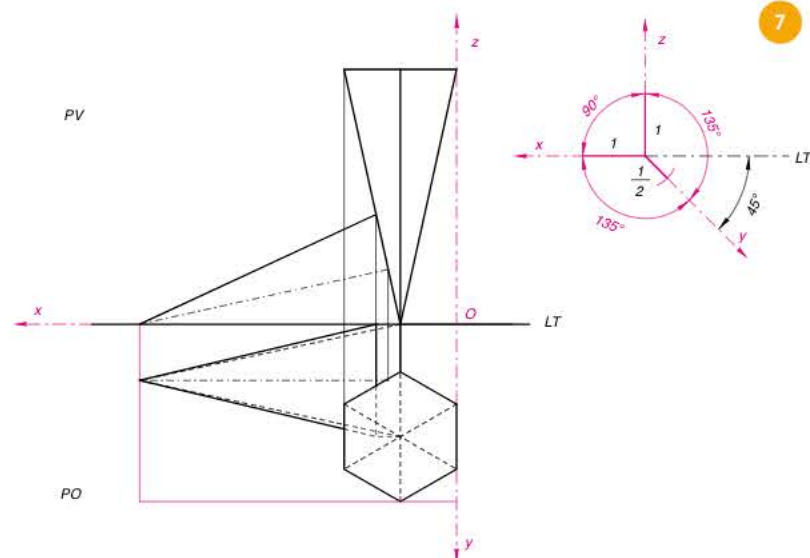
5



6

Assonometria obliqua cavaliera rapida di due piramidi rette: una, a base quadrata, poggianti con una faccia sul *PO* e parallela con l'altezza al *PV*; l'altra, a base esagonale, perpendicolare con l'altezza al *PO*, su cui poggia con il vertice, e tangente, con parte di una faccia, alla base del primo solido il cui quadrato ha la stessa inclinazione rispetto al *PO*

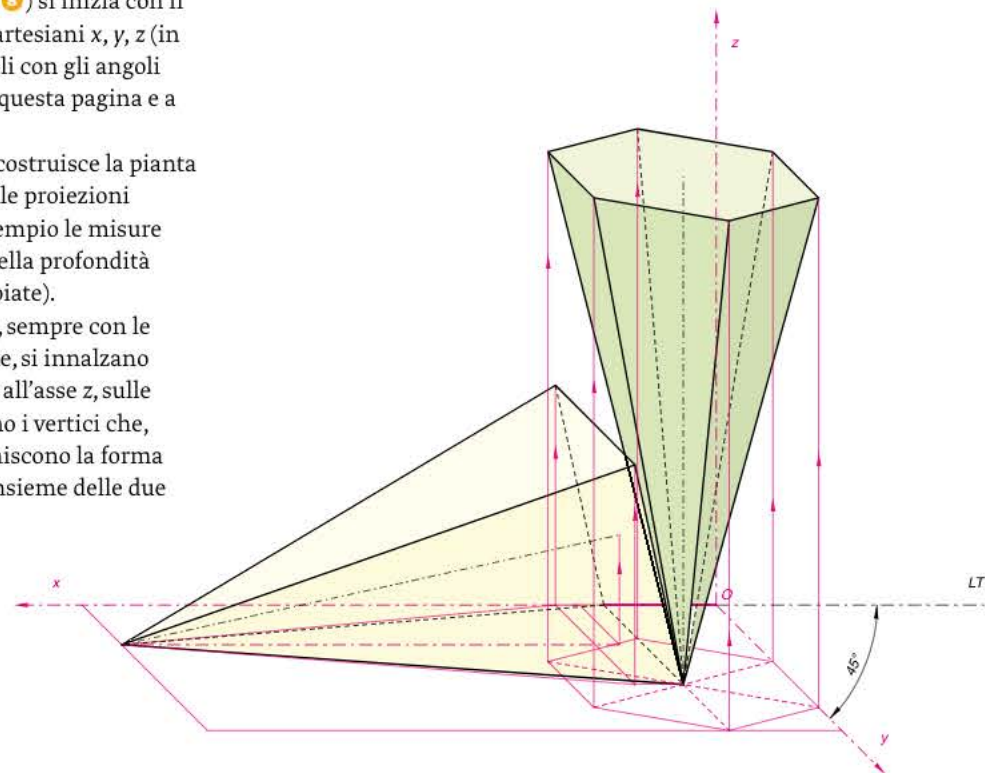
Nel disegno preparatorio della **FIG. 7** sono disegnate le relative proiezioni ortogonali. La pianta dei due solidi è inscritta sul *PO* in un'unica figura piana compresa tra gli assi *x* e *y*.



Per realizzare la relativa assonometria (**FIG. 8**) si inizia con il tracciare gli assi cartesiani *x*, *y*, *z* (in rosso), disponendoli con gli angoli come illustrato in questa pagina e a pag. 251.

Tra gli assi *x* e *y* si costruisce la pianta uguale a quella delle proiezioni ortogonali (nell'esempio le misure della larghezza e della profondità sono state raddoppiate).

Dai punti ottenuti, sempre con le misure raddoppiate, si innalzano le altezze parallele all'asse *z*, sulle quali si individuano i vertici che, uniti fra loro, definiscono la forma assonometrica d'insieme delle due piramidi.



8

LA GEOMETRIA INTORNO A NOI

L'assonometria obliqua cavaliera rapida nel design

Una seduta portaoggetti

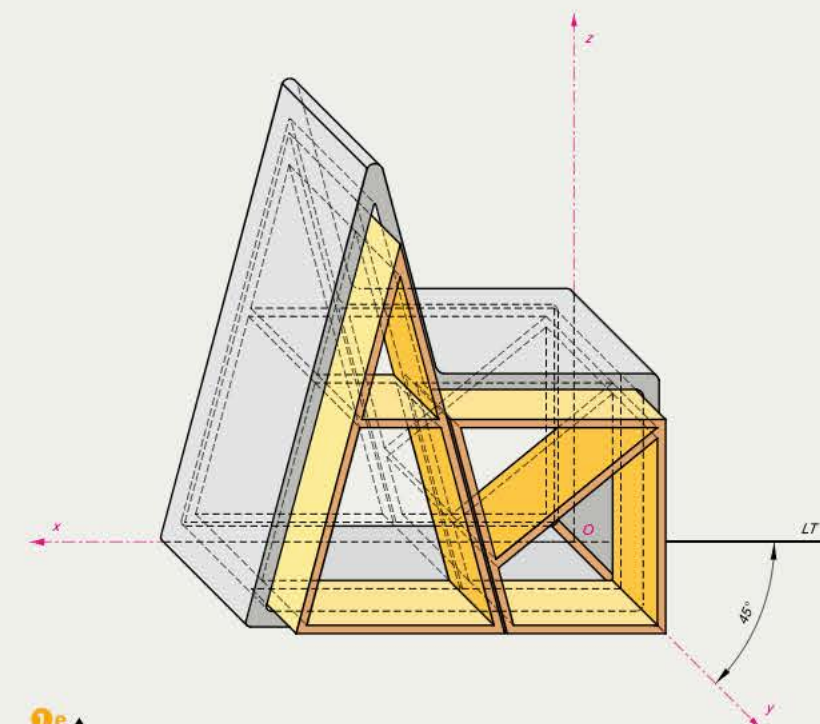
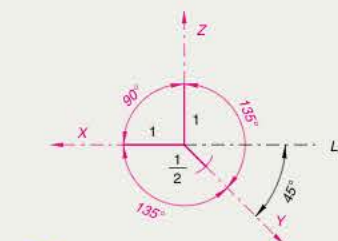
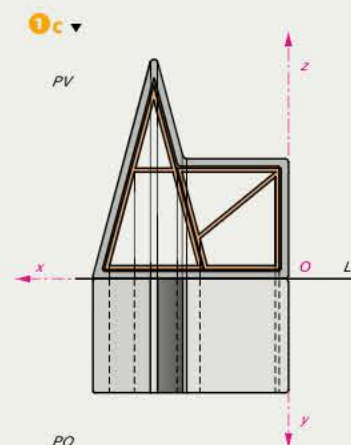
La seduta portaoggetti *Domus Chair* è un'originale combinazione di una sedia e di una libreria (**FIG. 1a**). La sua caratteristica principale è la capacità di cambiare funzione a seconda delle esigenze dell'utilizzatore e rappresenta una soluzione intelligente per le case moderne. Si tratta infatti di una seduta modulare progettata attraverso un'attenta considerazione delle esigenze nell'uso dello spazio all'interno della casa. I quattro moduli di legno della libreria possono restare al suo interno, essere estratti o anche rimossi. (**FIG. 1b**).



1a e **b** ▶
Andrea Mangano,
Domus Chair, 2011, legno,
alluminio e tessuto.



Per realizzare il disegno di questa sedia in assonometria obliqua cavaliera rapida si inizia, come di consueto, dall'esecuzione del disegno preparatorio in proiezione ortogonale sul *PO* e sul *PV* (**FIG. 1c**), avendo cura di riportare le misure della pianta e del prospetto in una scala di proporzione a piacere. Successivamente con gli stessi angoli illustrati in **FIG. 1d** si individua la forma assonometrica d'insieme (**FIG. 1e**, dove le misure sono raddoppiate rispetto a quelle delle proiezioni ortogonali).

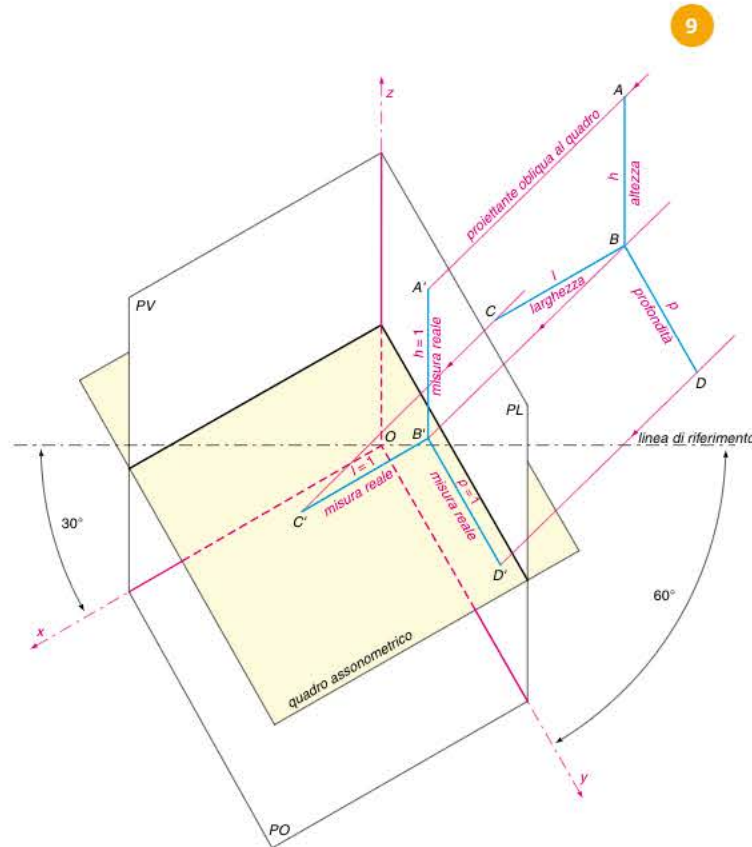


1d ▲

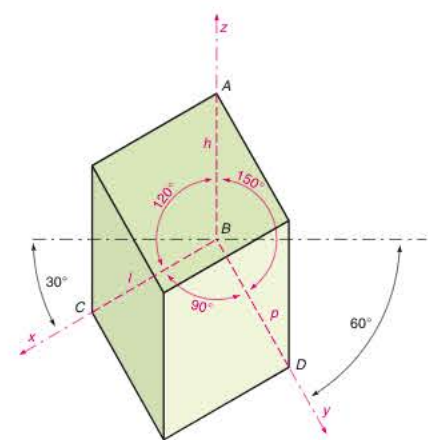
1e ▲

ASSONOMETRIA OBLIQUA MONOMETRICA

Il quadro assonometrico (FIG. 9, in giallo) è parallelo al PO . Si disegna, per convenzione, la linea orizzontale di riferimento (tratto e punto, in nero) e su di essa si fissa il punto di origine O ; da questo si conducono i tre assi cartesiani (in rosso). L'asse delle altezze z , che rappresenta, come al solito, l'intersezione del PV con il PL (traccia), è perpendicolare alla linea di riferimento; gli assi delle larghezze x e delle profondità y , che rappresentano (▶ pag. 250), il primo l'intersezione del PV con il PO , il secondo l'intersezione del PO con il PL , sono perpendicolari fra loro e formano con la linea orizzontale di riferimento angoli rispettivamente di 30° e 60° . Nella fig. 9 sono tracciati nello spazio (in azzurro) tre segmenti AB, BC, BD corrispondenti alle misure rispettivamente dell'altezza, della larghezza e della profondità del cubo rappresentato nella fig. 10. Le proiezioni passanti per i loro estremi, oblique al quadro assonometrico (in rosso), determinano sullo stesso l'altezza $A'B'$ parallela all'asse z , la larghezza $C'B'$ parallela all'asse x e la profondità $B'D'$ parallela all'asse y , mantenendo inalterate tutte e tre le loro misure.



10



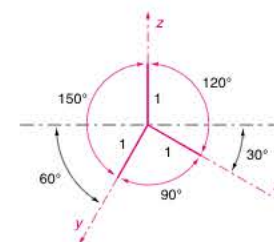
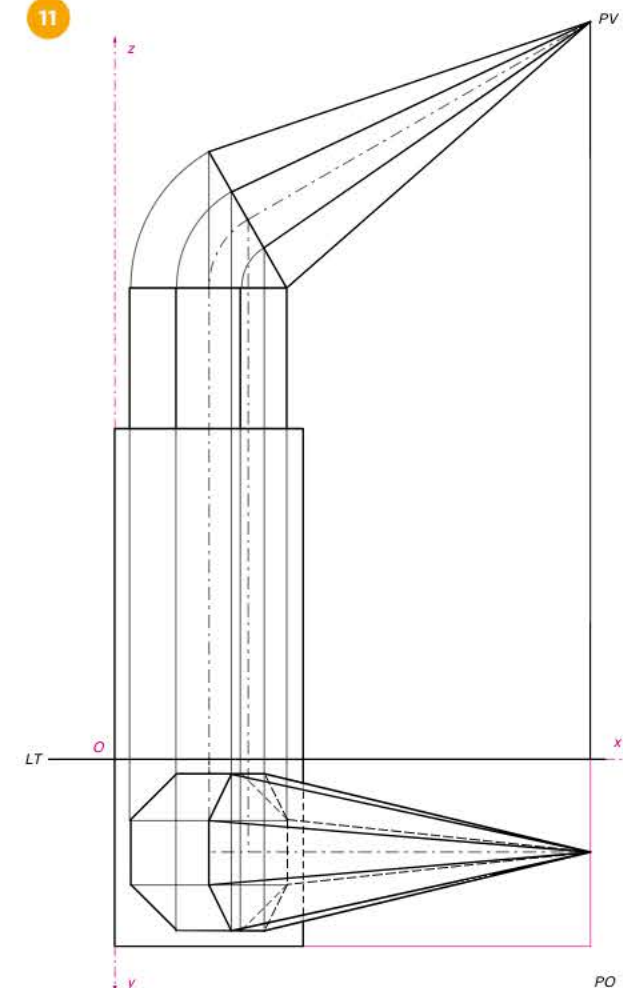
$AB \rightarrow \text{altezza} = 1 \text{ «misura reale»}$
 $CB \rightarrow \text{larghezza} = 1 \text{ «misura reale»}$
 $BD \rightarrow \text{profondità} = 1 \text{ «misura reale»}$

Nella FIG. 10, tracciati gli assi cartesiani (in rosso) che formano fra loro angoli di $90^\circ, 120^\circ, 150^\circ$, si ottiene, come con la cavaliere (▶ pagg. 250, 251 e 252), un cubo in assonometria monometrica, chiamata così perché sui tre assi si riporta un'unica unità di misura; essa non presenta scale di riduzione, per cui è la più pratica e veloce da realizzare ed è anche la più usata. Infatti, sui tre assi si riportano le misure reali della larghezza, della profondità e dell'altezza, e la pianta dell'oggetto che si vuole riprodurre in assonometria non subisce alcuna deformazione.

Assonometria monometrica di una piramide e di un prisma, ambedue retti e a base ottagonale, sovrapposti a un parallelepipedo a pianta quadrata. La piramide è inclinata di 60° ed è tangente con un lato di base a uno spigolo superiore del prisma, che a sua volta poggia con la base inferiore sul parallelepipedo

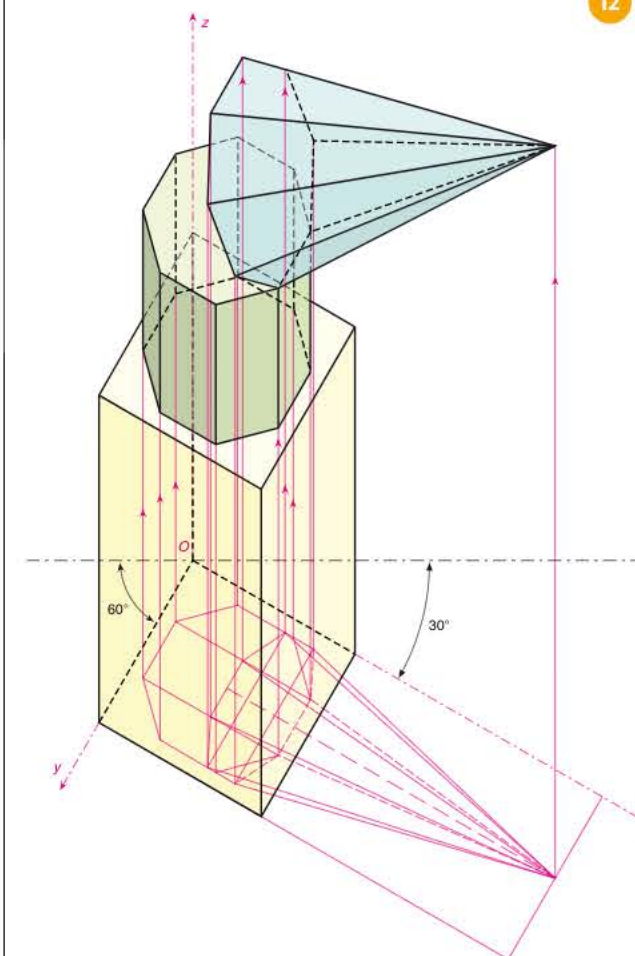
Nel disegno preparatorio della FIG. 11 sono date le relative proiezioni ortogonali. Sul PO e sul PV si determinano le proiezioni ortogonali dei tre solidi. Sul PO si tracciano gli assi cartesiani x e y (tratto e punto, in rosso), che inquadrano la pianta del gruppo proposto, mentre sul PV si predispone l'asse z .

11



Dal disegno preparatorio così ottenuto si passa, nella FIG. 12, all'esecuzione dell'assonometria monometrica richiesta, tracciando inizialmente la linea orizzontale di riferimento (tratto e punto, in nero). Dal punto di origine O si conducono gli assi assonometrici x, y, z disponendoli con gli angoli uguali a quelli della fig. 11. Si procede, quindi, alla costruzione della pianta, inquadrandola fra gli assi x e y e riportandola con le stesse misure delle proiezioni ortogonali. Dai punti ottenuti si innalzano le relative altezze parallele all'asse z , individuando i vertici che, uniti fra loro, completano la rappresentazione assonometrica della composizione.

12



PROVA SUBITO: *assonometria monometrica*

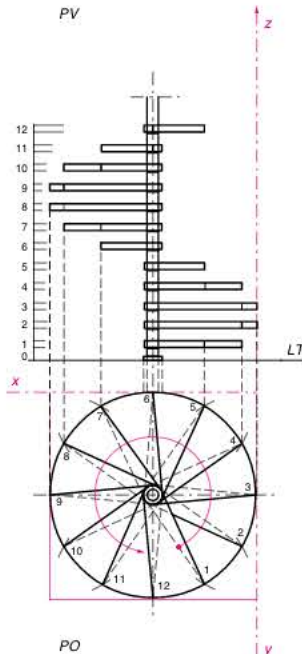
1. Le scale a chiocciola sono elementi di arredamento abbastanza diffusi, anche se non sono presenti in ogni abitazione. Ne esistono di prefabbricate, più o meno costose, premontate o in kit, come quella illustrata (FIGG. 1a e b). Una scala a chiocciola è costituita da un'anima centrale circolare che sorregge una serie di gradini a forma di settore di cerchio. Segui le istruzioni e rappresenta una scala a chiocciola costituita da dodici gradini, prima in proiezione ortogonale (FIG. 1c) e poi in assonometria monometrica (FIG. 1d).

- ▶ Per determinare le proiezioni della scala sul PO e sul PV disegna sul primo quadro la pianta circolare e suddividila in dodici parti uguali.
- ▶ Dai punti di divisione della circonferenza traccia le linee tangenti a una seconda circonferenza, concentrica alla prima, individuando le parti in vista e quelle nascoste dei dodici gradini.
- ▶ Per individuare il prospetto segui attentamente il disegno e riporta sul PV le altezze dei singoli gradini e del tubo centrale: hai così ultimato il disegno preparatorio in proiezione ortogonale (fig. 1c) che, come nell'esercizio di pag. 255, permetterà di realizzare l'assonometria della scala (fig. 1d, dove tutte le misure sono state ingrandite di 3/2 rispetto a quelle delle proiezioni ortogonali).
- ▶ Per facilitare l'esecuzione assonometrica riporta su una verticale parallela all'asse z le altezze, da terra, dei gradini che vuoi rappresentare (nell'esempio nove), con i relativi spessori.
- ▶ Da queste misure traccia le parallele alla linea orizzontale di riferimento (tratto e punto) fino a incontrare l'asse dell'elemento tubolare determinando, sullo stesso, i centri delle circonferenze.

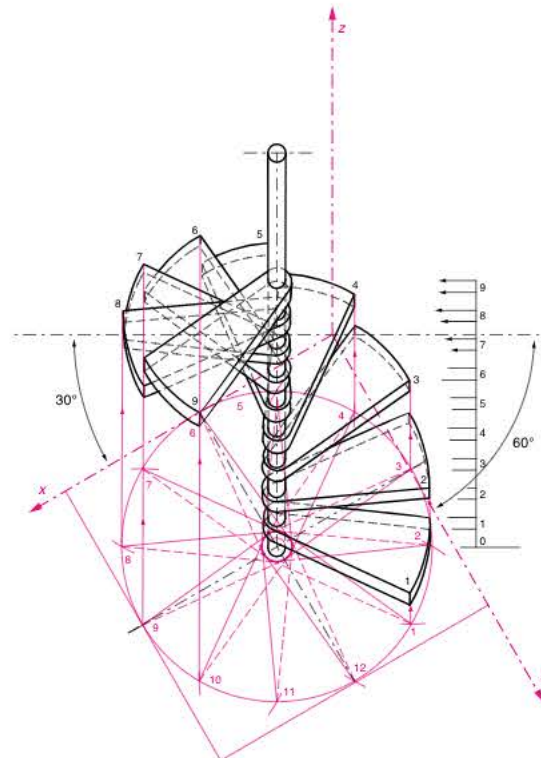
1a ▼ Scala a chiocciola, vista frontale.



1b ▲ Vista dall'alto.



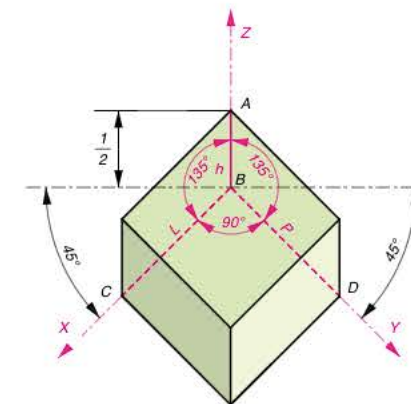
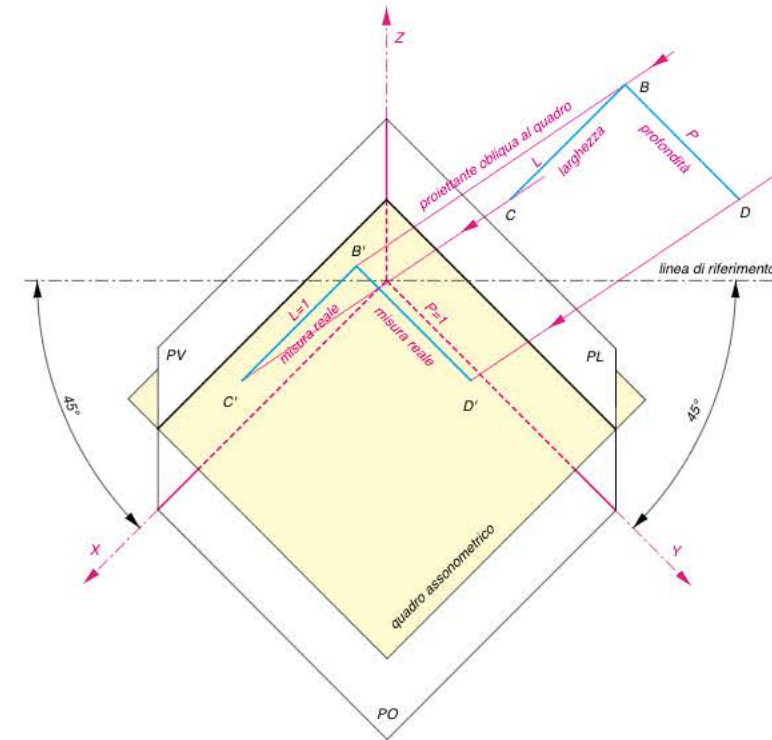
1c ▲ Prospetto e pianta.



1d ▲ Disegno assonometrico.

ASSONOMETRIA OBLIQUA MILITARE O AEREA

Il quadro assonometrico, come nel precedente sistema a pag. 254, è parallelo al PO. Per realizzare la militare o aerea, così chiamata perché usata nel passato per la rappresentazione dall'alto di città e di fortificazioni, si procede similmente alla monometrica, con la differenza che gli assi x e y, sempre perpendicolari fra loro, formano ambedue con la linea orizzontale di riferimento angoli di 45°. Nella FIG. 13 sono tracciati nello spazio (in azzurro) due segmenti CB e BD perpendicolari fra loro e corrispondenti alle misure rispettivamente della larghezza e della profondità del cubo rappresentato nella FIG. 10. Le proiettanti (in rosso) passanti per B, C e D, oblique al quadro assonometrico, determinano sullo stesso la larghezza C'B' (parallela all'asse x) e la profondità B'D' (parallela all'asse y), mantenendo inalterate le rispettive misure. Nella fig. 14, tracciati gli assi cartesiani (in rosso) che formano tra loro un angolo di 90° e due di 135°, è disegnato un cubo in assonometria militare riportando sugli assi x e y le misure reali della larghezza e della profondità e, sull'asse z, 1/2 della misura reale dell'altezza, rendendo migliore la vista dall'alto. Anche in questo caso, come per l'assonometria monometrica (▶ pag. 254), la pianta dell'oggetto che si vuole riprodurre in assonometria non subisce deformazione.

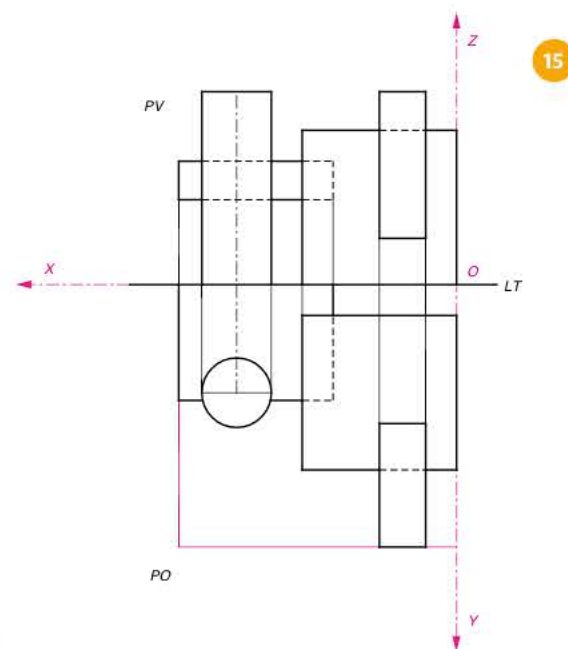
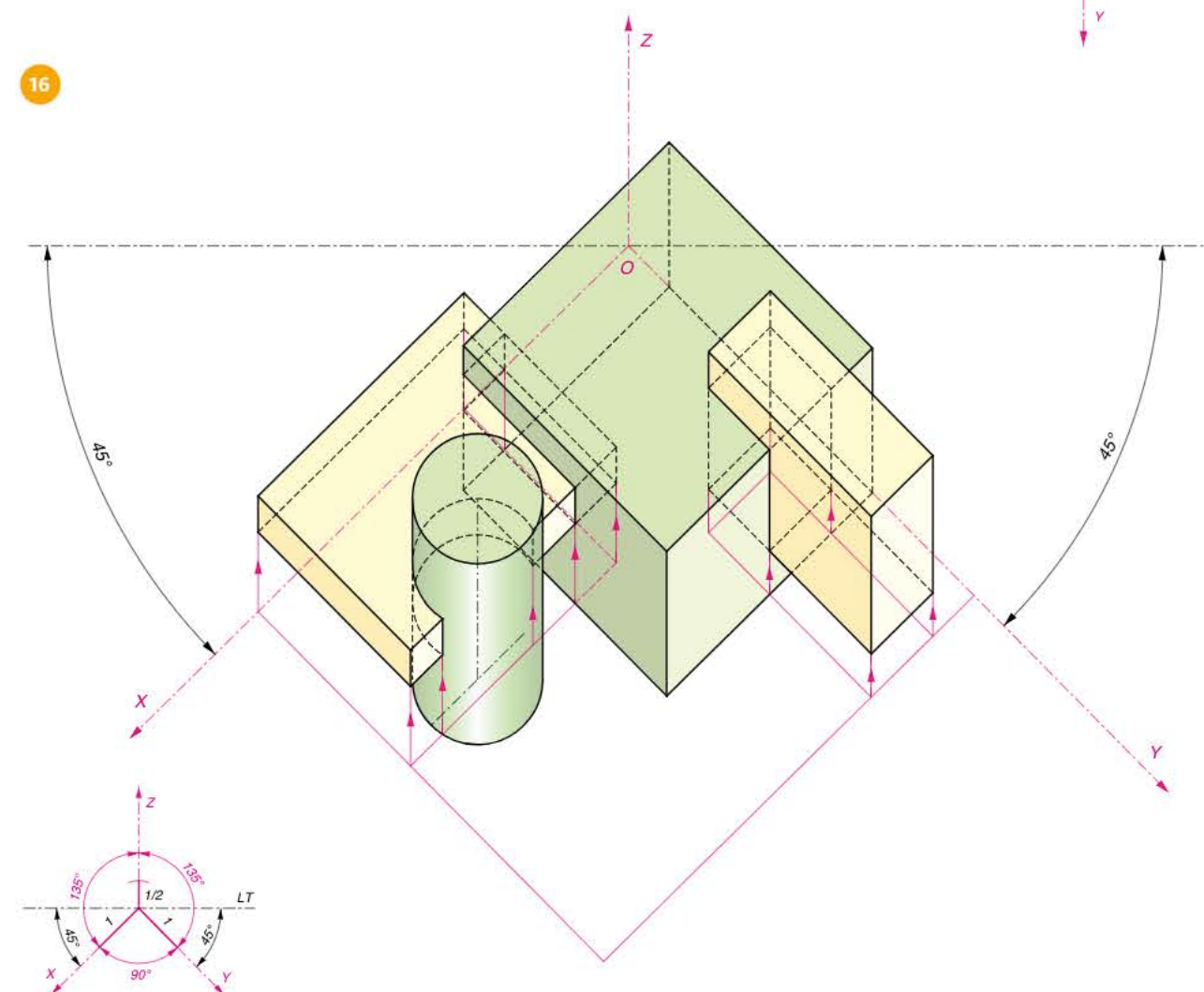


AB → altezza = $\frac{1}{2}$ della misura reale
CB → larghezza = 1 «misura reale»
BD → profondità = 1 «misura reale»

Assonometria militare o aerea di una composizione volumetrica composta da un cubo compenetrato da due parallelepipedi che non poggiano sul PO; uno di essi è compenetrato da un cilindro retto

Dal disegno preparatorio, eseguito in proiezione ortogonale (FIG. 15), si ricava graficamente (FIG. 16) la rappresentazione assonometrica dei quattro solidi proposti, disponendo gli assi x, y, z con gli angoli indicati; nell'esempio le misure sono state raddoppiate rispetto a quelle del disegno preparatorio.

Si ricorda che in questo sistema la pianta viene rappresentata senza deformazione, mentre le altezze si riducono della metà (► pag. 257, figg. 13 e 14).

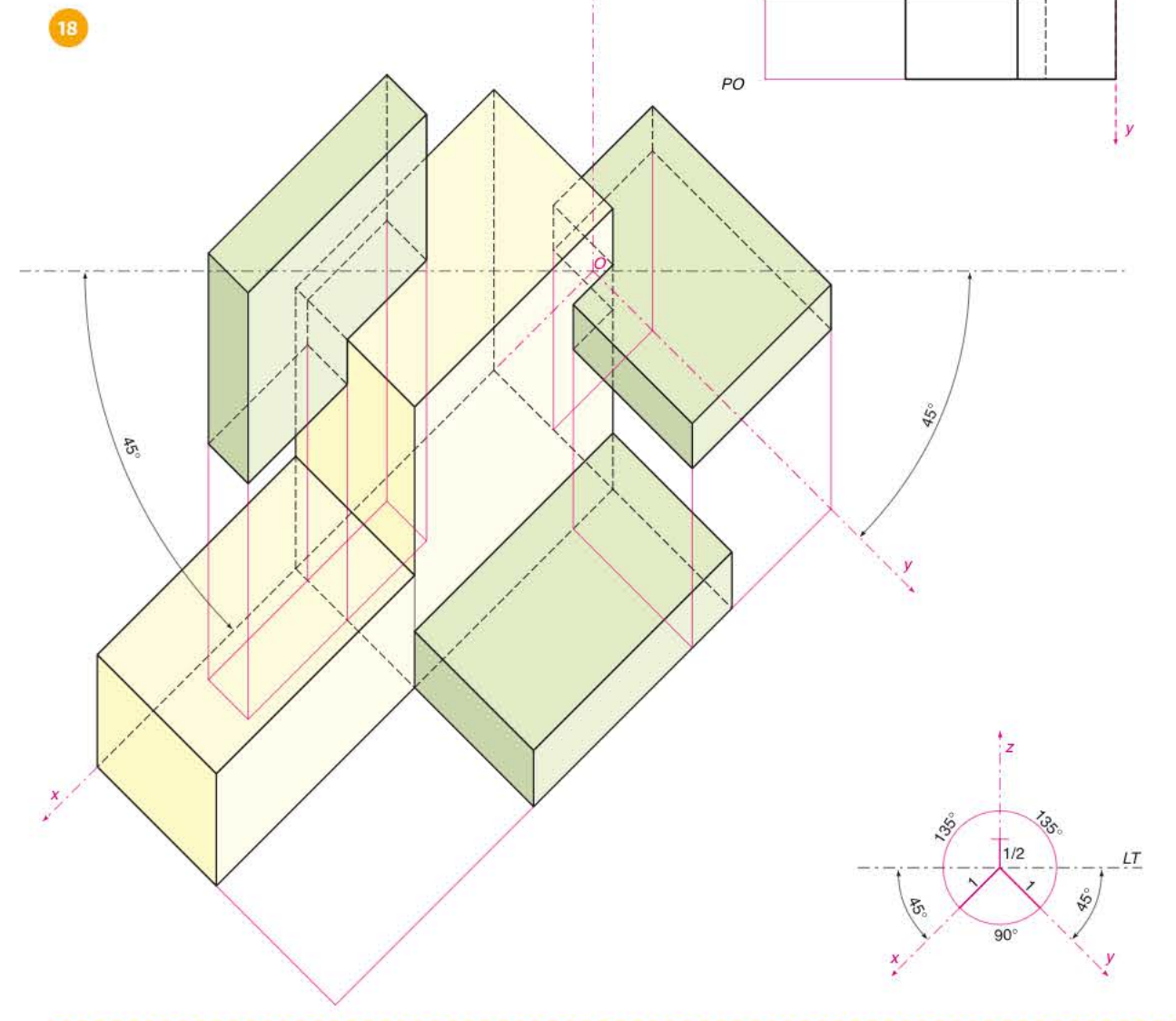


15

Assonometria militare o aerea di una composizione volumetrica di parallelepipedi

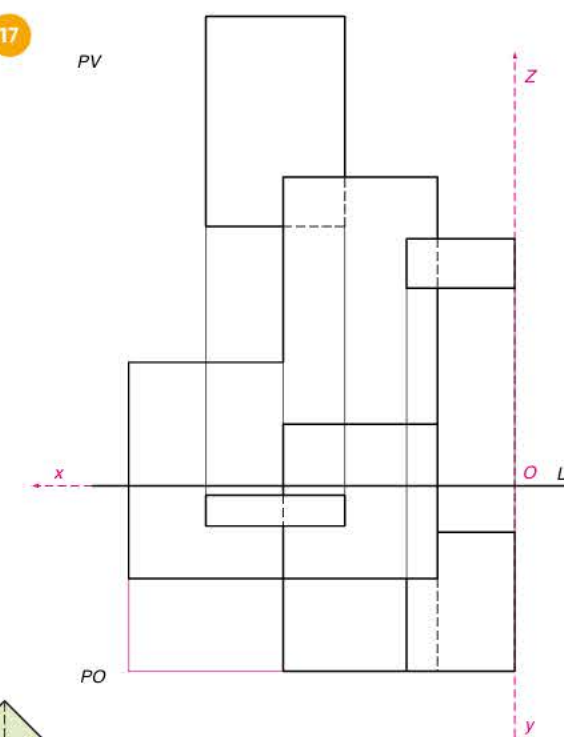
Dopo aver eseguito il disegno preparatorio (FIG. 17) in proiezione ortogonale, si procede a disegnare la rappresentazione assonometrica dei solidi in oggetto (FIG. 18), come nel grafico di pag. 255. Pertanto si dispongono gli assi x, y, z con gli angoli indicati (nell'esempio tutte le misure sono state raddoppiate rispetto a quelle del disegno preparatorio).

Si ricorda che in questo sistema assonometrico la pianta viene rappresentata senza deformazione, mentre le misure delle altezze si riducono della metà (► pag. 257, figg. 13 e 14).



17

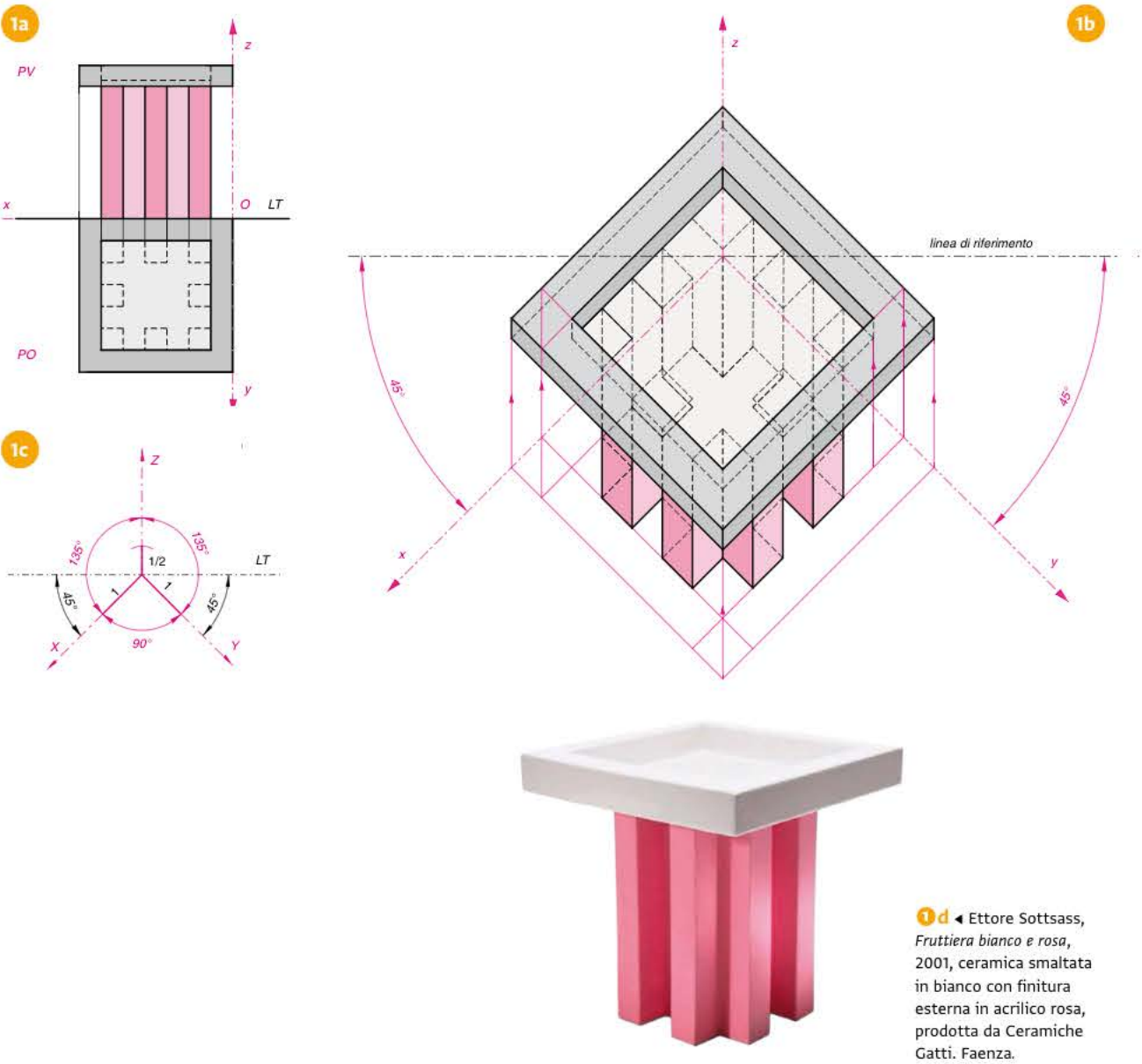
18



PROVA SUBITO: *assonometria militare o aerea*

1. Segui le istruzioni e disegna la proiezione ortogonale (FIG. 1a) e la relativa assonometria militare (FIG. 1b), liberamente ispirate alla fruttiera in ceramica disegnata da Ettore Sottsass (FIG. 1d).

- ▶ Inizia a studiare, sul PO e sul PV, il disegno preparatorio (fig. 1a).
- ▶ Disegna poi l'assonometria dell'oggetto inquadrando la pianta (fig. 1b, in rosso) fra gli assi x e y disposti con gli angoli come indicato (fig. 1c).
- ▶ Successivamente riporta le misure delle altezze (in questo sistema sono ridotte della metà) e completa la proiezione assonometrica raddoppiando le misure rispetto a quelle della proiezione.
- ▶ Ad assonometria ultimata, accentua la volumetria con il colore.



LA GEOMETRIA NELL'ARTE

L'assonometria obliqua in architettura

Roma: Ara Pacis

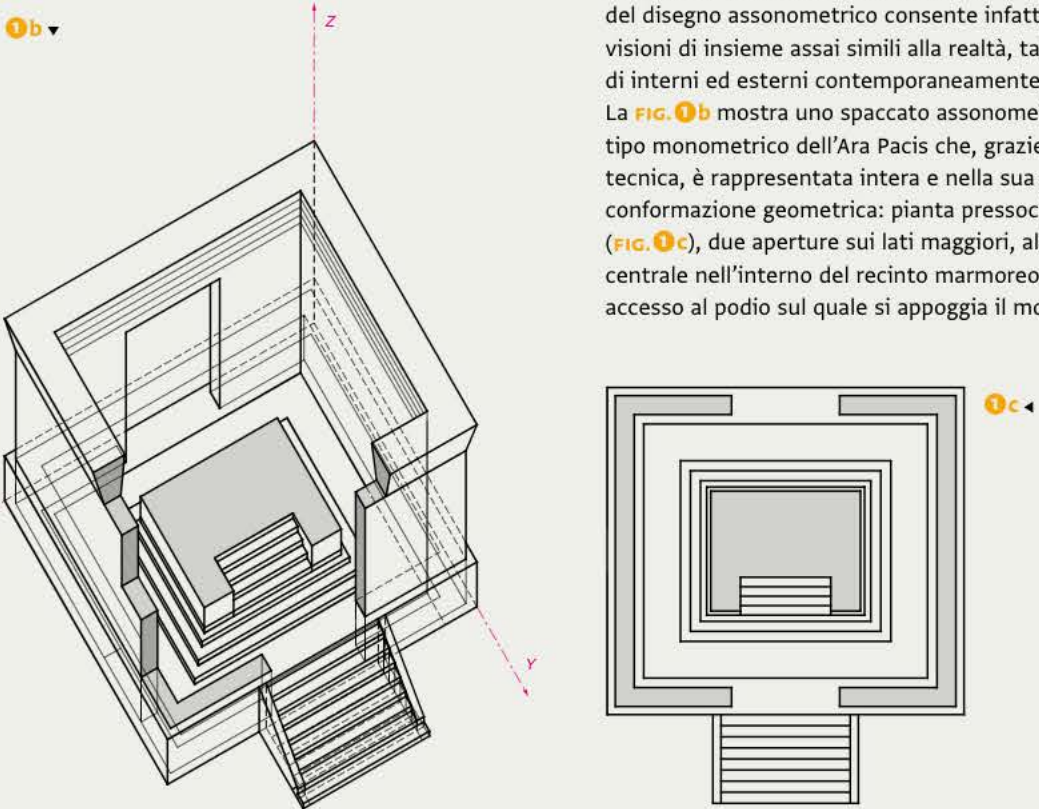
L'Ara Pacis è uno dei più famosi monumenti celebrativi dell'arte romana (FIG. 1a). L'altare simboleggia la pace e la prosperità raggiunte dall'impero dopo le vittorie riportate da Augusto in Spagna e Gallia. Originariamente eretto nel Campo Marzio, l'area acquitrinosa nei pressi del Tevere, l'altare fu poi sommerso dal fango e rimase nascosto fino all'età rinascimentale, anche se un vero scavo archeologico fu condotto solo nel xx secolo. L'opera è stata ricomposta nel 1938.

1a ▼ Ara Pacis, 9 a.C. Roma.



Per rappresentare graficamente con precisione l'opera architettonica, che l'immagine fotografica restituisce deformata, utilizziamo l'assonometria: il parallelismo del disegno assonometrico consente infatti di ottenere visioni di insieme assai simili alla realtà, talvolta anche di interni ed esterni contemporaneamente.

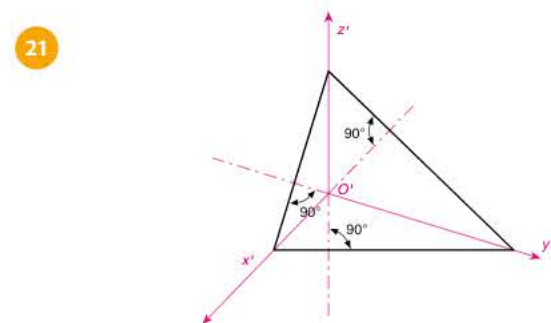
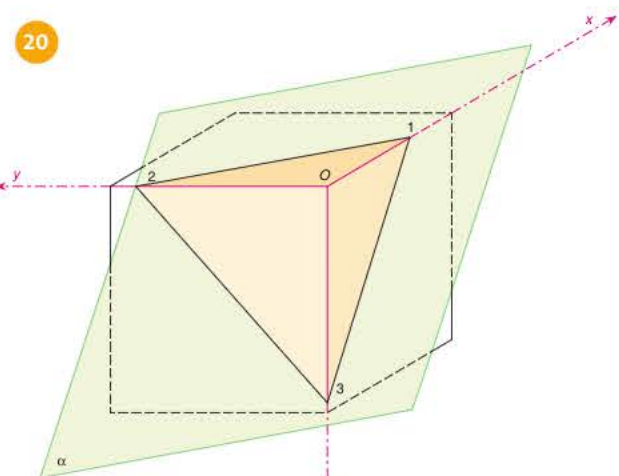
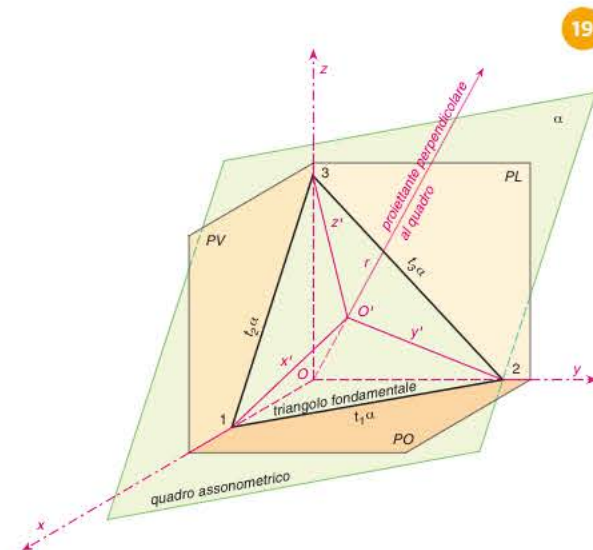
La FIG. 1b mostra uno spaccato assonometrico di tipo monometrico dell'Ara Pacis che, grazie a questa tecnica, è rappresentata intera e nella sua reale conformazione geometrica: pianta pressoché quadrata (FIG. 1c), due aperture sui lati maggiori, altare centrale nell'interno del recinto marmoreo, scalinata di accesso al podio sul quale si appoggia il monumento.



ASSONOMETRIA ORTOGONALE

L'assonometria è detta *ortogonale* quando le rette proiettanti r sono perpendicolari al quadro assonometrico (in verde) e quest'ultimo è obliquo ai tre piani fondamentali di riferimento.

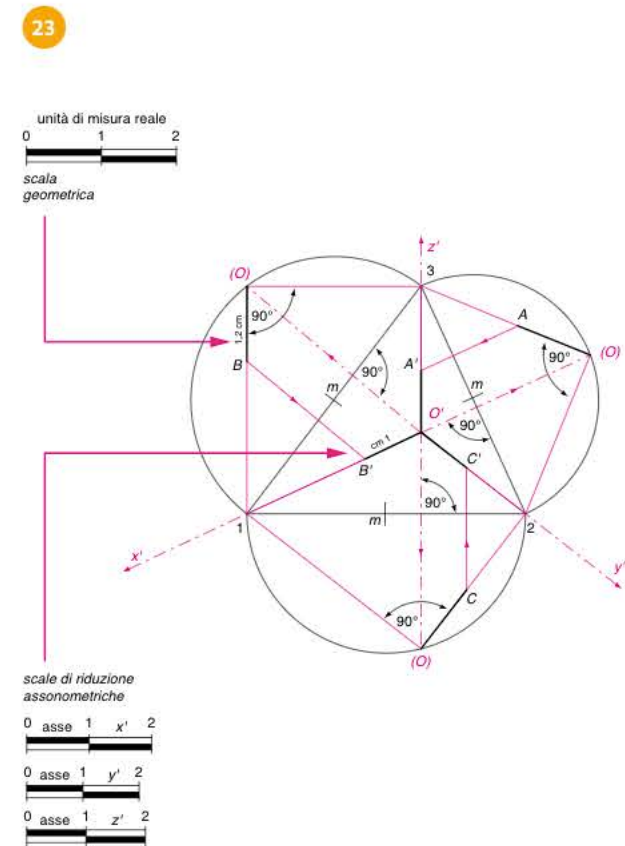
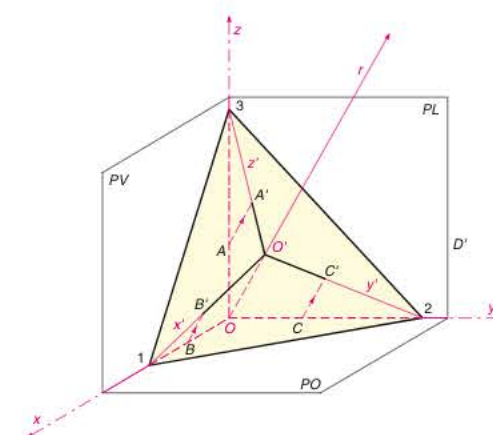
Nella FIG. 19 è disegnato in arancio un triedro costituito da PO, PV, PL che, incontrandosi, determinano, come nell'assonometria obliqua (pagg. 250 e 251), gli assi cartesiani x, y, z (tratto e punto, in rosso). L'intersezione del quadro assonometrico α con il triedro di riferimento individua, sugli assi x, y, z , tre punti, 1, 2, 3, che uniti tra loro determinano un triangolo acutangolo chiamato **triangolo fondamentale**, avente per lati le intersezioni con il piano, chiamate **tracce** (t_1, t_2, t_3), rispettivamente sul PO, PV, PL . Proiettando perpendicolarmente al triangolo fondamentale l'origine O degli assi assonometrici, si individua in O' l'ortocentro del triangolo stesso; congiungendo O' con i punti 1, 2, 3 si ottengono sul quadro le proiezioni degli assi assonometrici x', y', z' , che sono anche le altezze del triangolo fondamentale. Su questi ultimi si riportano, come al solito, le tre dimensioni (altezza, larghezza e profondità) degli oggetti da rappresentare in assonometria.



In pratica, per eseguire una proiezione assonometrica ortogonale si immagina, prima di tutto, il quadro assonometrico coincidente con il foglio da disegno; quindi, per determinare graficamente gli elementi che permettono l'esecuzione di tale proiezione, ci si riferisce al triangolo fondamentale, che, come si osserva nella FIG. 20, dove è disegnata la veduta posteriore del triedro capovolto e intersecato dal piano obliquo, è la base di una piramide triangolare avente per vertice l'origine O e per facce tre triangoli rettangoli in O . Per cui, prima di realizzare un'assonometria ortogonale, è indispensabile costruire il triangolo fondamentale (FIG. 21) nel seguente modo: fissata l'origine O' , si tracciano gli assi z', x', y' in modo che formino tra di loro angoli ottusi; l'asse delle altezze z' è convenzionalmente disposto in modo verticale. Poi, perpendicolarmente a ciascun prolungamento, si ricercano i lati e quindi i vertici del triangolo in oggetto, che, in questo caso, è scaleno.

Per riportare sul quadro assonometrico le misure degli oggetti si procede determinando una scala numerica o grafica da calcolarsi sulla proiezione degli assi assonometrici z', x', y' , che, essendo proiettati su un piano obliquo, subiscono, rispetto alla loro reale lunghezza, riduzioni più o meno sensibili, riscontrabili nell'osservazione del disegno della FIG. 22.

Se gli assi sono soggetti a riduzioni, analogamente avviene per qualsiasi oggetto riportato in assonometria ortogonale. Osservando sempre il grafico della fig. 22, disegnato allo scopo di rendere più chiaro questo problema, si fissa sui lati dell'angolo solido del triedro z, x, y l'unità di misura reale (1,2 cm nell'esempio della fig. 22) a partire dall'origine O , determinando tre segmenti OA, OB, OC , uguali fra loro. Questi, proiettati sul quadro assonometrico, individuano sulla proiezione degli stessi assi cartesiani z', x', y' i segmenti $O'A', O'B', O'C'$, scorciati rispetto alla loro vera grandezza, ossia con l'unità di misura ridotta. A seconda dell'inclinazione data al quadro assonometrico rispetto al triedro, varia la lunghezza di tali segmenti, chiamati **unità assonometriche**. Di conseguenza si hanno diversi sistemi di assonometria ortogonale, illustrati nelle pagine che seguono.



La FIG. 23 illustra il procedimento grafico per ricercare la scala di riduzione assonometrica.

Si inizia con il costruire il triangolo fondamentale 1-2-3 e, ricordando che esso è la base di una piramide triangolare, si centra in m , punto medio del lato 1-3 del triangolo 1-2-3, e si traccia la semicirconferenza di raggio $1m$, la quale incontra in (O) il prolungamento dell'asse y' . Unendo (O) con 1 e 3 si ottiene il triangolo rettangolo $1(O)3$, che è il ribaltamento del triangolo $1O3$ situato sul quadro assonometrico.

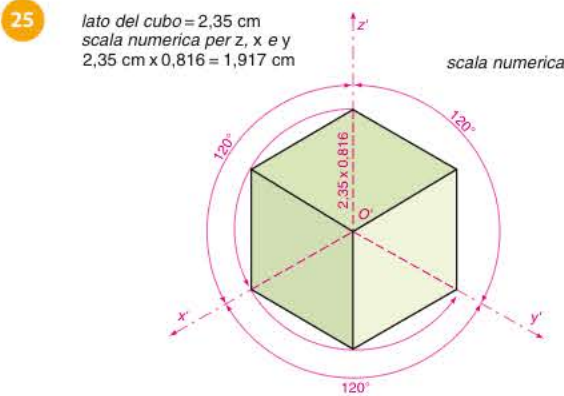
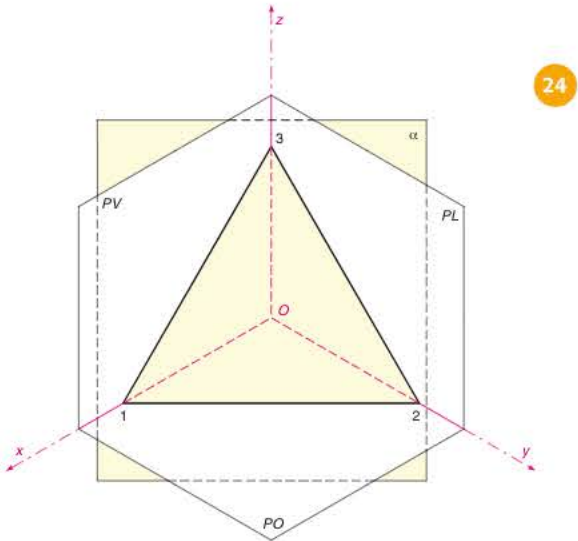
Per individuare la scala di riduzione assonometrica si riporta sul cateto $(O)1$ del triangolo ribaltato, a partire da (O) , il segmento $(O)B$ (scala geometrica) preso come unità di misura reale (1,2 cm), proiettando l'estremo B perpendicolarmente al cateto 1-3 sull'asse assonometrico corrispondente, ossia su x' . Si individua così in $O'B'$ la misura scorciata del segmento $(O)B$, cioè l'unità di misura ridotta (unità assonometrica) relativa all'asse x' , che nell'esempio è di 1 cm.

Per trovare la scala di riduzione relativa agli altri assi y' e z' si ribaltano rispettivamente i triangoli $1O2$ e $2O3$; ripetendo lo stesso procedimento si ottengono le misure assonometriche scorciate $O'C'$ e $O'A'$ dei segmenti reali $(O)C$ e $(O)A$.

ASSONOMETRIA ORTOGONALE: SISTEMA ISOMETRICO, METODO DIRETTO

Le proiezioni assonometriche ortogonali sono rappresentate mediante tre sistemi, denominati *isometrico*, *dimetrico* e *trimetrico*, che si differenziano per la diversa disposizione degli assi cartesiani x, y, z . Tale disposizione dipende dall'inclinazione che si dà al quadro secante assonometrico α rispetto ai tre piani ortogonali PO, PV, PL del triedro di riferimento (► pag. 262, fig. 19). Il sistema è isometrico quando il triangolo fondamentale, ottenuto dall'intersezione del quadro assonometrico con il triedro, è equilatero; i sistemi dimetrico e trimetrico si hanno quando i triangoli fondamentali sono rispettivamente isoscele e scaleno.

Nella FIG. 24 il triangolo fondamentale 1-2-3 è equilatero, poiché il piano secante assonometrico α che lo determina (in giallo) ha un'inclinazione uguale rispetto ai piani di proiezione, per cui il sistema è quello **isometrico**. In questo caso i tre assi sono uguali e formano angoli di 120° ciascuno. Per eseguire un'assonometria ortogonale di qualsiasi oggetto si possono utilizzare, a seconda dei casi, il metodo diretto o indiretto e la scala di riduzione numerica o grafica. In questa pagina è illustrato il metodo diretto del sistema isometrico con esempi di scala numerica.



La FIG. 25 mostra la rappresentazione nel sistema isometrico di un cubo eseguito con la scala di riduzione numerica. Tracciati gli assi z, x, y , come nella fig. 24, ossia disposti in modo che formino tra loro angoli di 120° , si applica il rapporto di riduzione, che in questo sistema è uguale su tutti e tre gli assi, avendo, questi ultimi, gli angoli tutti uguali tra loro. Per ricavare il rapporto di riduzione in scala numerica, basta assegnare a ciascun asse il valore dimensionale che nell'assonometria isometrica, secondo le norme UNI (Ente Nazionale Italiano di Unificazione), è uguale a 0,816 sia su x' sia su z' . Moltiplicando il valore dimensionale 0,816 per la reale misura del lato del cubo (nell'esempio 2,35 cm), si ottiene il valore ridotto preciso. Infatti $2,35 \times 0,816 = 1,917$. Riportando il valore ridotto 1,917 sui tre assi si ottiene il cubo in assonometria isometrica, che, come risulta dal grafico, appare deformato, assumendo l'aspetto di un esagono: il cubo quindi è poco adatto a essere rappresentato in questo sistema assonometrico.

Osservazione: con la misura ridotta assonometrica, ricavata per mezzo della scala numerica, si possono costruire le **scale geometrica e assonometrica** (FIG. 26).



Il metodo diretto è un procedimento pratico e veloce perché le misure vengono ridotte direttamente sui tre assi assonometrici. Questo metodo è indicato nei casi in cui la forma da rappresentare non è complessa.

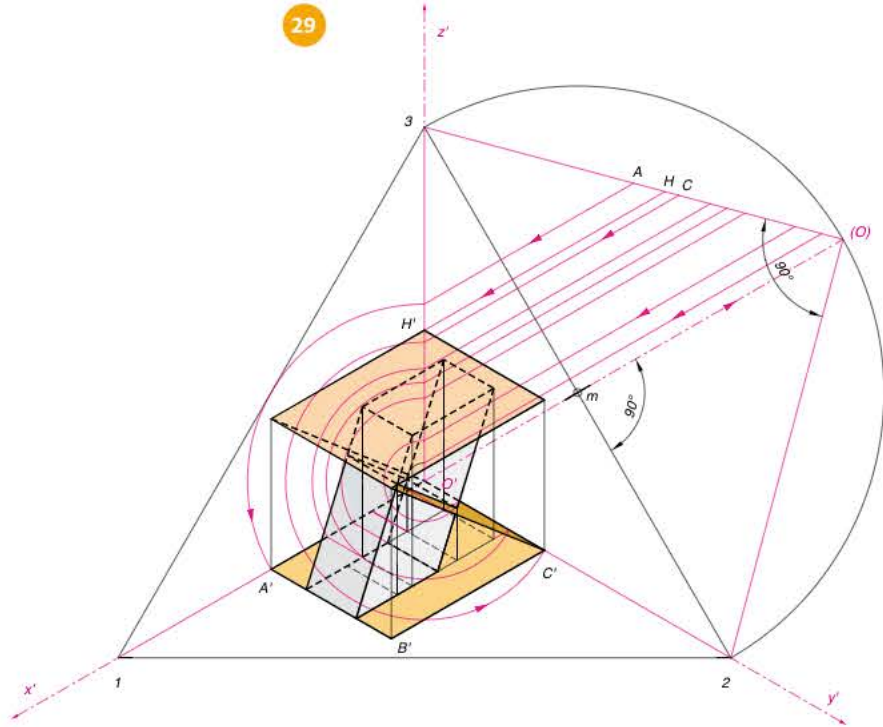
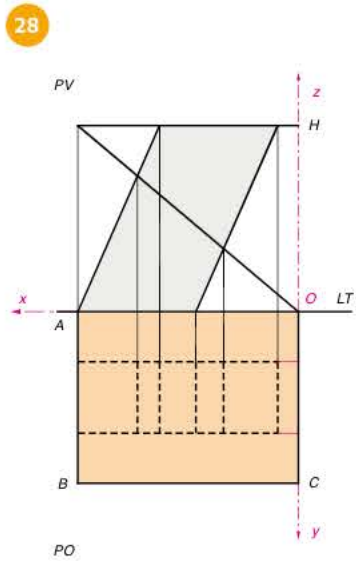
Per illustrare l'applicazione di questo metodo dell'assonometria ortogonale partiamo da un oggetto comune con caratteristiche adatte a questo scopo, come lo sgabello di FIG. 27.



27 ▲ Erdem Selek, *Z-tabure*, sgabello pieghevole in cartone, 2001, disegnato per Olmuksan-International Paper.

Le figg. 28 e 29 mostrano la rielaborazione grafica dello sgabello, in proiezione ortogonale nella scala geometrica, disegno preparatorio, e in assonometria isometrica nella scala di riduzione grafica.

Per eseguire il disegno preparatorio, necessario per realizzare l'assonometria secondo il sistema isometrico, si disegna sul PO la pianta dello schema volumetrico suggerito dall'immagine fotografica, predisponendo gli assi assonometrici (FIG. 28, tratto e punto, in rosso). Si può quindi osservare che nel sistema isometrico è sufficiente ribaltare solo un triangolo situato sul quadro assonometrico: in FIG. 29 è stato ribaltato il triangolo $2O'3$, ottenendo il triangolo rettangolo $2O'3$. Sul cateto $(O')3$ si riportano poi, a partire da (O') , le misure reali delle altezze, delle larghezze e delle profondità, proseguendole fino all'asse assonometrico z' , come indicano le frecce. Per ottenere la scala di riduzione grafica delle larghezze e delle profondità si centra in O' e si riportano col compasso le rispettive misure ridotte sui corrispondenti assi x' e y' . Per individuare la scala di riduzione grafica delle altezze si riportano direttamente le rispettive misure reali dal cateto $(O')3$ all'asse z' . Il colore, la chiarezza grafica e le direzioni indicate dalle frecce aiutano a capire come si giunge al completamento del disegno.



ASSONOMETRIA ORTOGONALE: SISTEMA ISOMETRICO, METODO INDIRECTO

Per risolvere grafici più grandi o più complessi si utilizza invece il metodo indiretto, basato sulla ricerca separata delle scale di riduzione assonometriche.

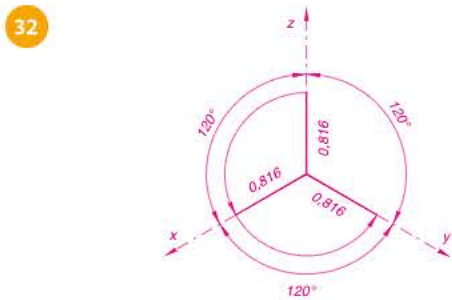
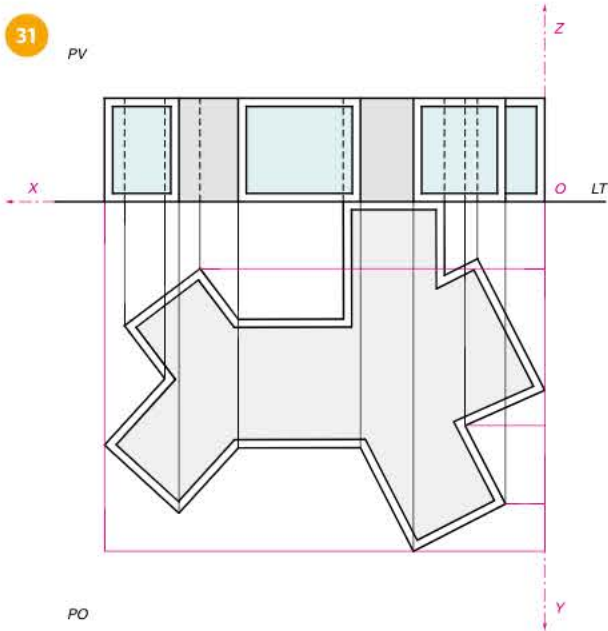
Per illustrare questo procedimento partiamo da forme geometriche semplici e lineari come quelle dell'edificio di FIG. 30a, costituito da una composizione di cubi disposti come illustrato nella planimetria di FIG. 30b e nel plastico di FIG. 30c.



30a ▲ Eduardo Cadaval e Clara Solà-Morales, Casa Girasole, 2010-14. Girona (Spagna).

Dall'osservazione delle figg. 30b e c, ma senza tenere conto delle dimensioni reali dell'edificio, si è ricavato il disegno preparatorio in proiezione ortogonale della pianta del piano superiore (FIG. 31).

Per eseguire l'assonometria con il metodo indiretto, prima di tutto si dispongono gli assi cartesiani con un'angolazione di 120° seguendo lo schema della FIG. 32 che mostra anche il rapporto di riduzione in scala numerica (0,816) uguale per x, y e z.

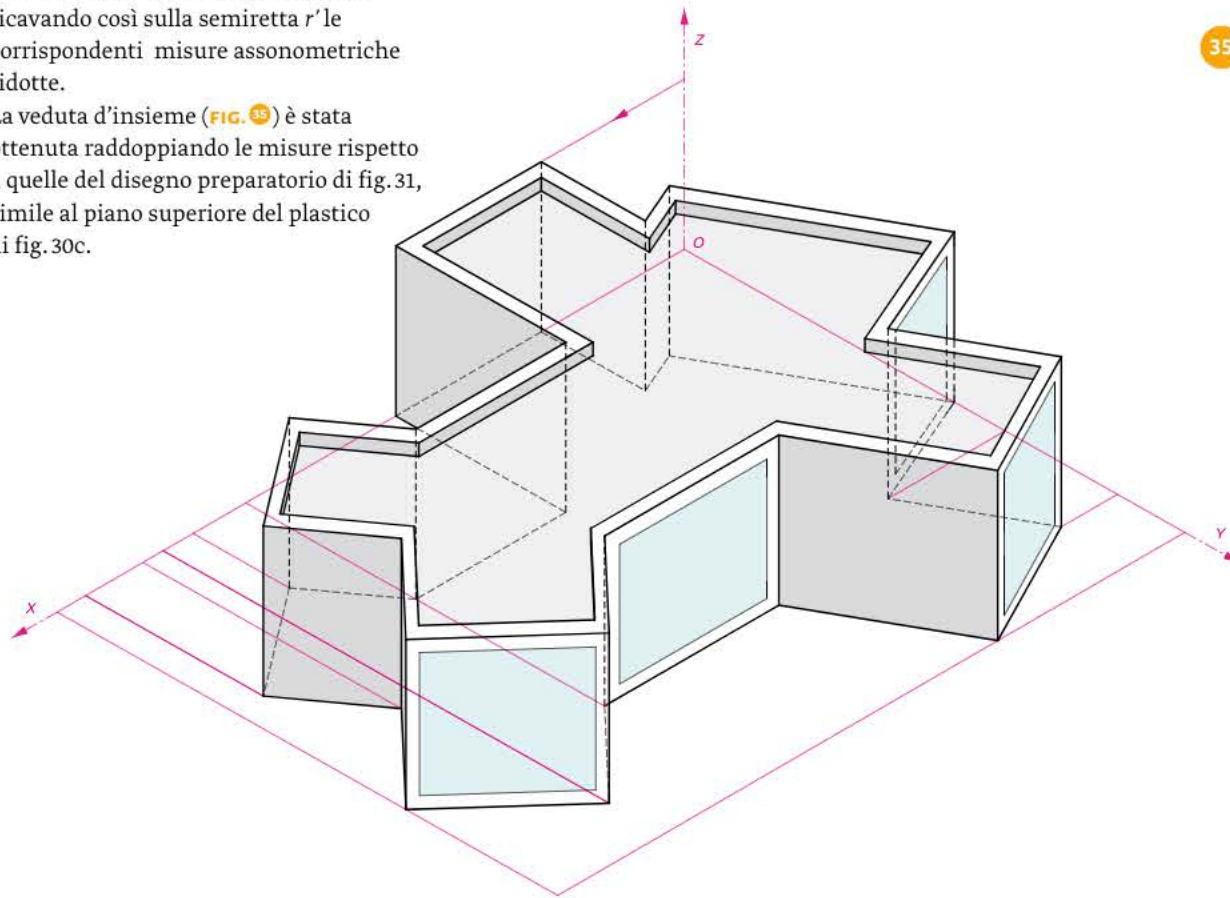
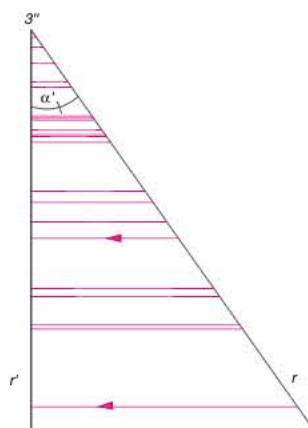
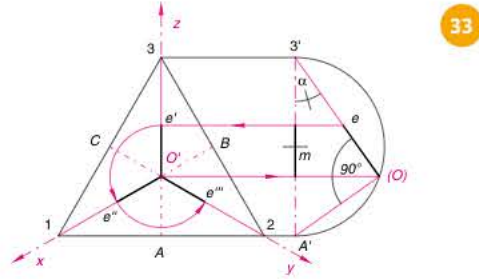


A questo punto si prosegue costruendo il triangolo fondamentale 1-2-3 (FIG. 33) che nell'isometrico è equilatero, che costituisce la base di una piramide con vertice O' e facce perpendicolari agli spigoli opposti $O'1, O'2, O'3$: in proiezione ortogonale, questi risultano scorciati, essendo inclinati alla base.

Per conoscere la loro reale misura è ora necessario ribaltare i triangoli rettangoli $1O'B, 2O'C, 3O'A$, facendo perno su ciascuna ipotenusa.

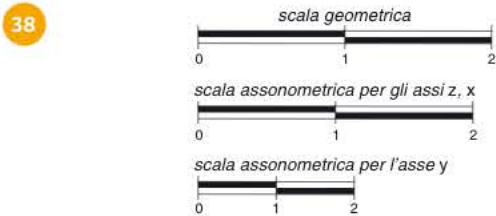
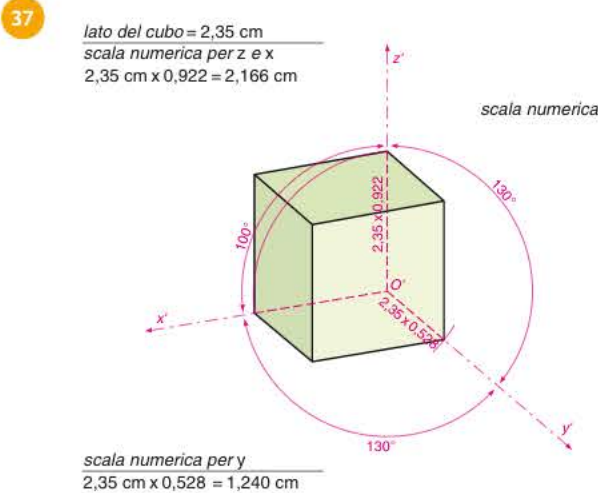
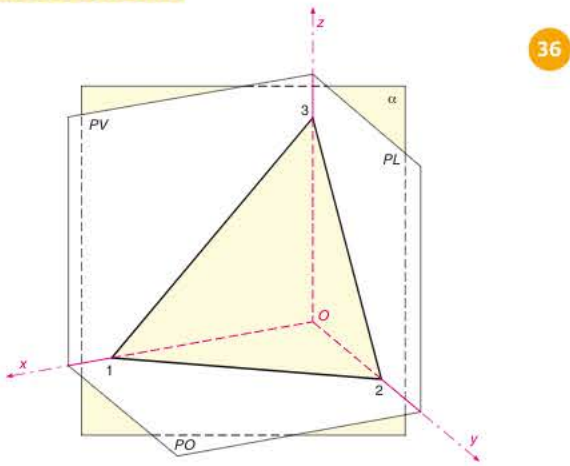
Ricordiamo che nel sistema isometrico basta ribaltare un solo triangolo ($3O'A$, nell'esempio) essendo gli altri uguali. Sul cateto $(O)3'$ si riporta la misura reale $(O)3$ che, proiettata sugli assi z, x e y (freccette in rosso), determina rispettivamente in $O'e', O'e'', O'e'''$ le corrispondenti misure assonometriche ridotte. Successivamente si traccia l'angolo di riduzione uguale ad α (FIG. 34) e, utilizzando il teorema di Talete (► pag. 19, fig. 9), si riportano le misure reali sulla semiretta r , a partire da $3''$, ricavando così sulla semiretta r' le corrispondenti misure assonometriche ridotte.

La veduta d'insieme (FIG. 35) è stata ottenuta raddoppiando le misure rispetto a quelle del disegno preparatorio di fig. 31, simile al piano superiore del plastico di fig. 30c.



ASSONOMETRIA ORTOGONALE: SISTEMA DIMETRICO, METODO DIRETTO

Nella **FIG. 36** il triangolo fondamentale 1-2-3 è isoscele, poiché il piano secante assonometrico che lo determina (in giallo) ha un'inclinazione uguale rispetto a due quadri di proiezione e diversa rispetto al terzo quadro, per cui, in base a quanto precisato a pag. 264, il sistema è quello dimetrico. In questo caso solo due angoli, dei tre formati dagli assi cartesiani, sono uguali e la loro ampiezza, a differenza di quanto avviene nel sistema isometrico, in cui gli angoli sono sempre di 120° e quindi invariabili, può essere presa a piacere, evitando ovviamente i 90°; ciò dipende dalla diversa forma che può avere il triangolo isoscele fondamentale.



LEZIONE 17

Nell'esempio qui rappresentato si è scelta un'ampiezza di 130° per i due angoli ottusi uguali e di 100° per il terzo per illustrare il metodo diretto del sistema dimetrico, quale esempio di scala numerica (**FIG. 37**) e scala grafica (**FIG. 38**).

Il disegno della fig. 37 utilizza la stessa forma geometrica della fig. 24 di pag. 264, il che consente di confrontare al meglio le diverse figure che si possono ottenere con i tre sistemi (isometrico, dimetrico, trimetrico).

La fig. 37 mostra la rappresentazione di un cubo, nel sistema dimetrico, eseguita con la scala di riduzione numerica. Tracciati gli assi x, y, z come nella fig. 36, ossia con gli angoli di 130°, 130°, 100°, per ricavare il rapporto di riduzione in scala numerica si assegna a ciascun asse il valore dimensionale, che nella dimetrica varia con il variare degli angoli. Con l'ampiezza data in questa tavola agli angoli degli assi, il valore dimensionale è uguale a 0,922 su z' e x' e a 0,528 su y'.

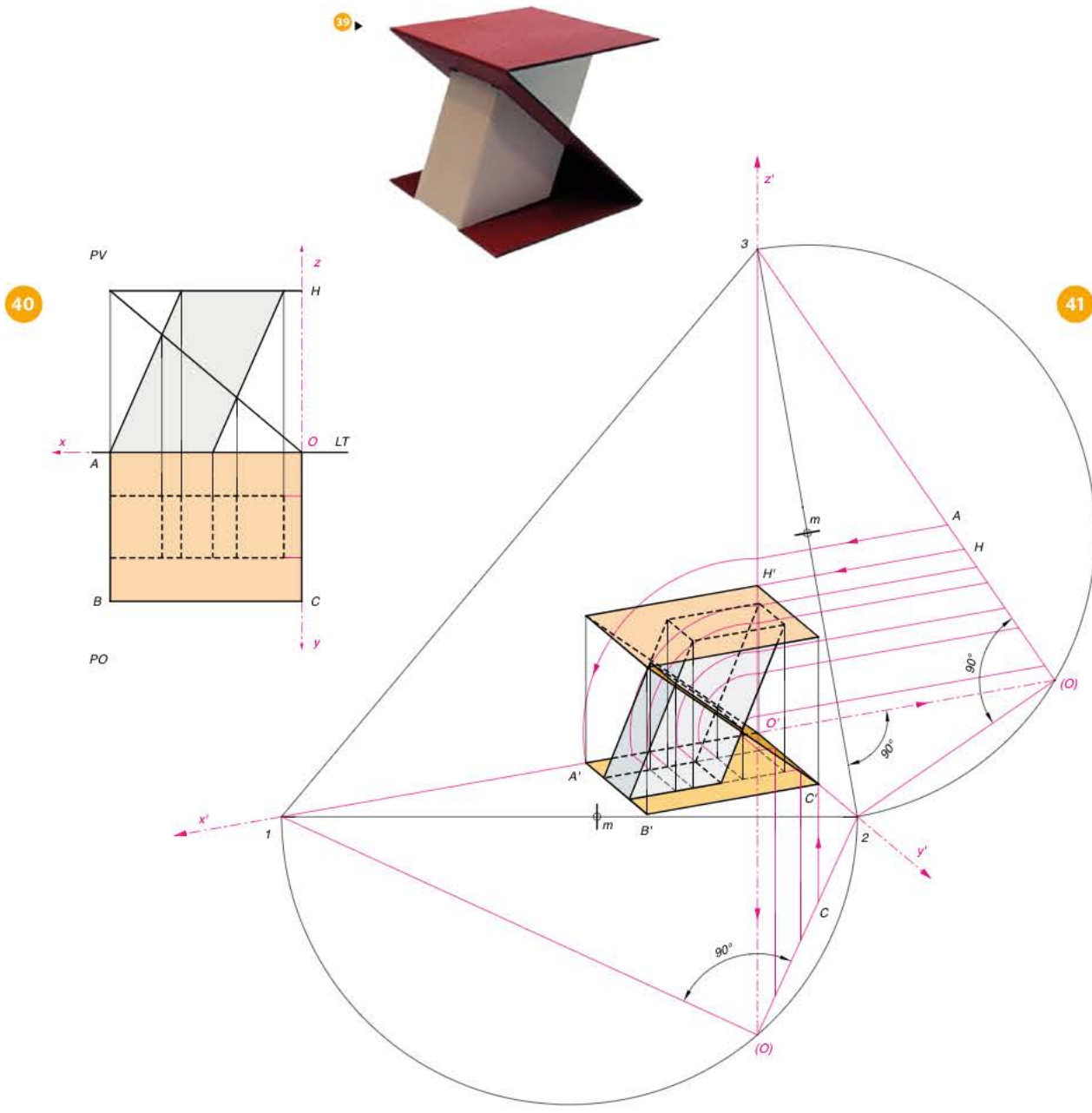
Osservazione: come a pag. 264, si determinano: nella scala numerica della fig. 37 l'assonometria dimetrica del cubo, nella fig. 38 le scale geometrica e assonometrica e, nella scala di riduzione assonometrica della fig. 41 a pag. 269, l'assonometria dimetrica di uno schema volumetrico.

Per illustrare l'applicazione di questo metodo a un oggetto reale, utilizziamo come immagine di partenza quella di **FIG. 39**, ossia lo stesso sgabello Z-tabure di pag. 265, che dà luogo al medesimo disegno preparatorio in proiezione ortogonale (**FIG. 40**): partire dalla stessa immagine rende infatti più agevole e immediato visualizzare e verificare come l'applicazione di ciascun metodo assonometrico porti a un effetto tridimensionale differente.

Dal disegno preparatorio in proiezione ortogonale di fig. 40 si riportano, nel grafico di **FIG. 41**, le misure reali.

Nel sistema dimetrico si ribaltano i due triangoli 2O'3 e 2O'1 situati sul quadro assonometrico e si ottengono, in questo modo, rispettivamente i triangoli rettangoli 2(O)3 e 2(O)1.

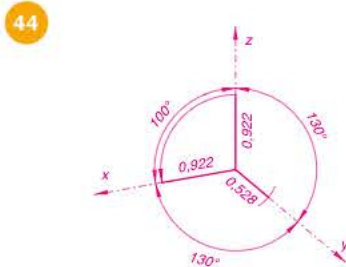
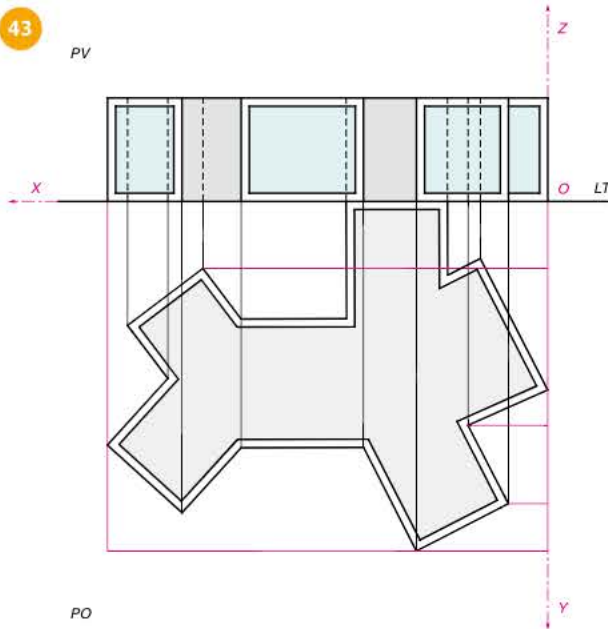
Sul cateto (O)3, a partire da (O), si riportano le misure reali delle altezze e delle larghezze; sul cateto (O)2, a partire da (O), si riportano le misure reali delle profondità. Per individuare le misure assonometriche ridotte sui rispettivi assi e completare così il disegno assonometrico, si procede come nelle figg. 22 e 29 di pagg. 263 e 265.



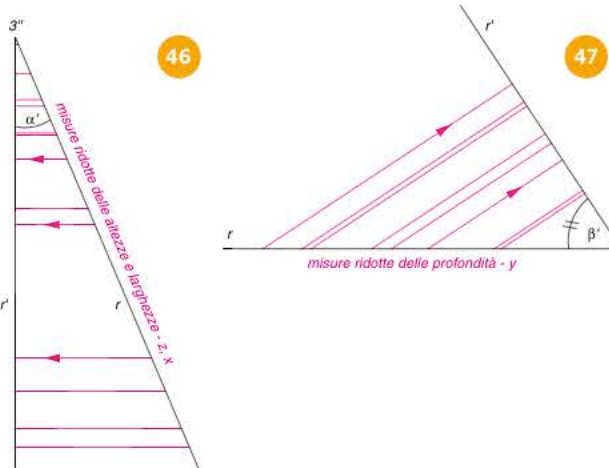
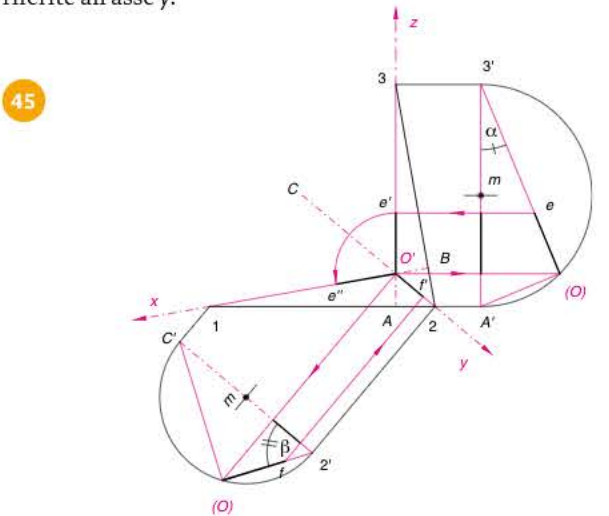
ASSONOMETRIA ORTOGONALE: SISTEMA DIMETRICO, METODO INDIRECTO

Per illustrare il procedimento del metodo indiretto del sistema dimetrico partiamo dalla stessa planimetria della Casa Girasole (FIG. 42), e dal relativo disegno preparatorio in proiezione ortogonale (FIG. 43), già utilizzate a pag. 266. In questo modo è più facile visualizzare e verificare come, applicando il metodo indiretto del sistema dimetrico, l'identica immagine dia luogo a una vista assonometrica diversa.

Per eseguire l'esercizio con il metodo indiretto, si inizia a disporre gli assi con un'angolazione uguale allo schema di FIG. 44 dove è indicato anche il rapporto di riduzione nella scala numerica (0,922 per gli assi x, z e 0,528 per l'asse y); quindi si ricercano, a parte, le scale di riduzione assonometriche con una costruzione simile a quella disegnata per il sistema isometrico (pag. 267, figg. 33 e 34), con la differenza che nel sistema dimetrico il triangolo fondamentale 1-2-3 è isoscele (FIG. 45).

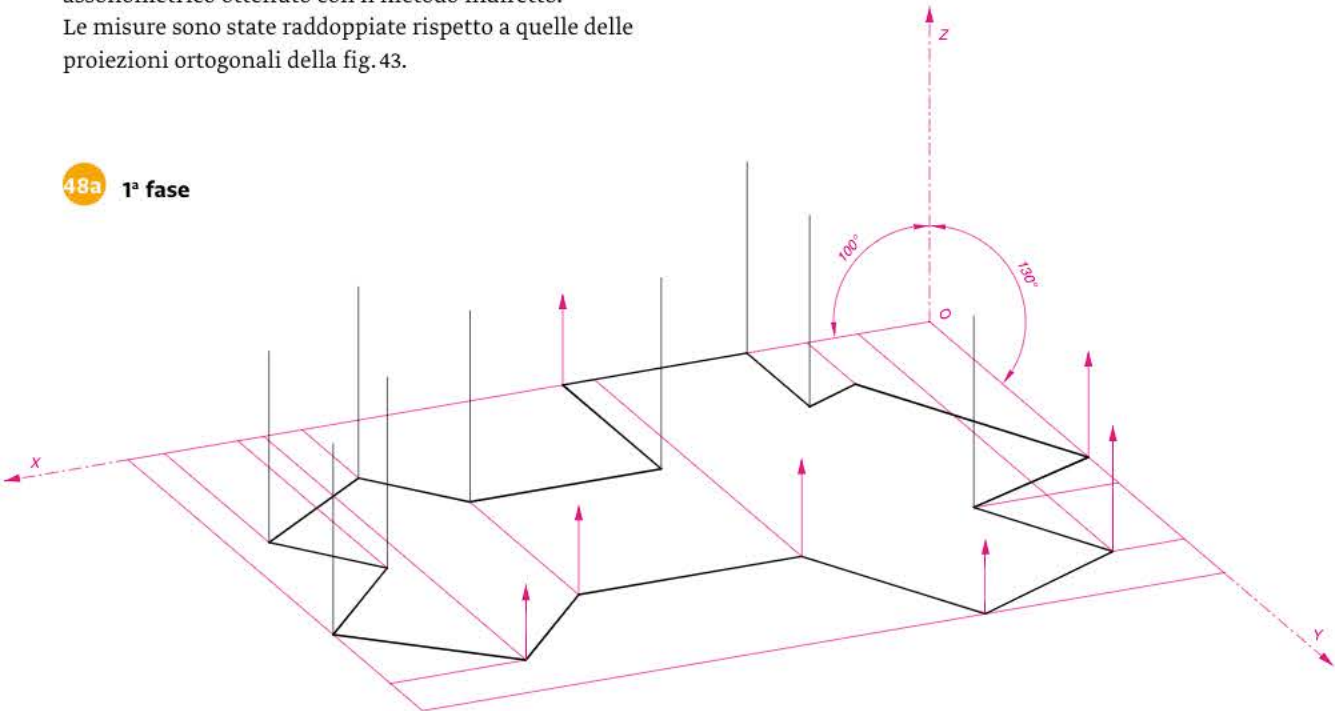


Perciò, in questo tipo di assonometria, si ribaltano due triangoli riferiti il primo agli assi x e z, il secondo all'asse y (nell'esempio 3O'A e 2O'C). Nella FIG. 46 si traccia l'angolo α' (uguale ad α di fig. 45), necessario per ricavare sulla rispettiva semiretta r' le misure assonometriche ridotte relative agli assi x, z. Nella FIG. 47, si riportano sulla semiretta r' , lato dell'angolo β' (uguale a β di fig. 45) le misure assonometriche ridotte riferite all'asse y.

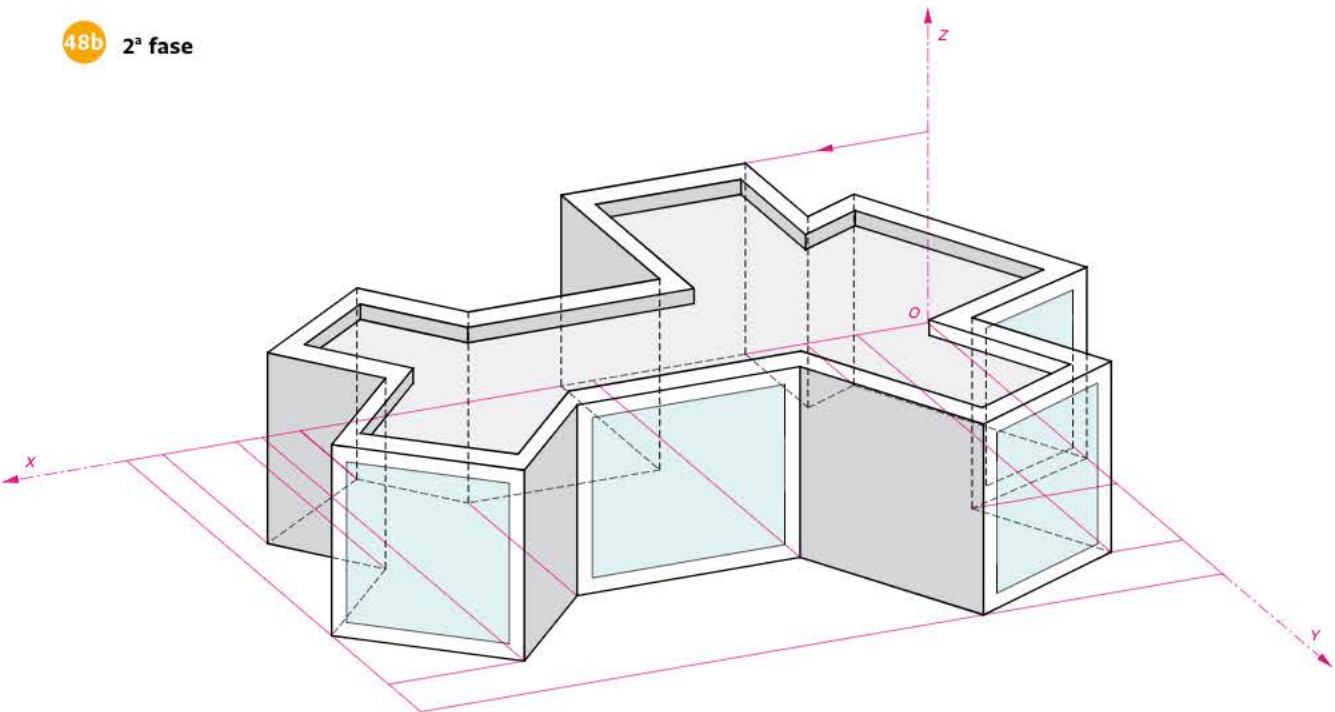


I procedimenti di esecuzione evidenziati in rosso nelle FIGG. 48a e b (1ª e 2ª fase) aiutano a completare il disegno assonometrico ottenuto con il metodo indiretto. Le misure sono state raddoppiate rispetto a quelle delle proiezioni ortogonali della fig. 43.

48a 1ª fase



48b 2ª fase



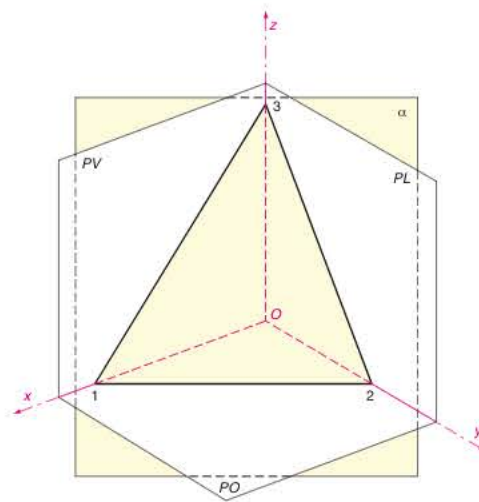


ASSONOMETRIA ORTOGONALE: SISTEMA TRIMETRICO, METODO DIRETTO

Nella **FIG. 49** il triangolo fondamentale 1-2-3 è scaleno, poiché il piano secante assonometrico che lo determina è inclinato rispetto ai tre quadri del triedro di riferimento. Per questo motivo, come già accennato a pag. 264, il sistema è quello trimetrico.

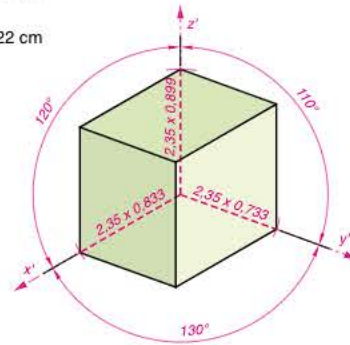
In questa proiezione assonometrica i tre angoli formati dagli assi cartesiani sono diversi e la loro ampiezza, come per il sistema dimetrico (pag. 264), può essere presa a piacere e varia con il variare del triangolo scaleno fondamentale.

Nell'esempio gli angoli scelti sono di 110°, 120°, 130°. Come per gli altri sistemi, anche per quest'ultimo è disegnato il metodo diretto del sistema trimetrico con esempi di scala numerica (fig. 50) e scala grafica (fig. 51).



49

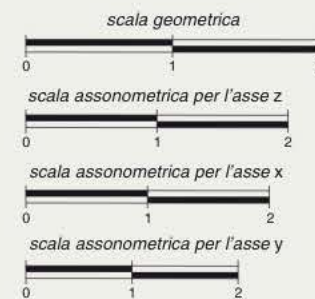
50 lato del cubo = 2,35 cm
scala numerica per z
 $2,35 \text{ cm} \times 0,899 = 2,113 \text{ cm}$
scala numerica per x
 $2,35 \text{ cm} \times 0,833 = 1,957 \text{ cm}$
scala numerica per y
 $2,35 \text{ cm} \times 0,733 = 1,722 \text{ cm}$



La **FIG. 50** mostra la rappresentazione assonometrica di un cubo nel sistema trimetrico utilizzando la scala di riduzione numerica.

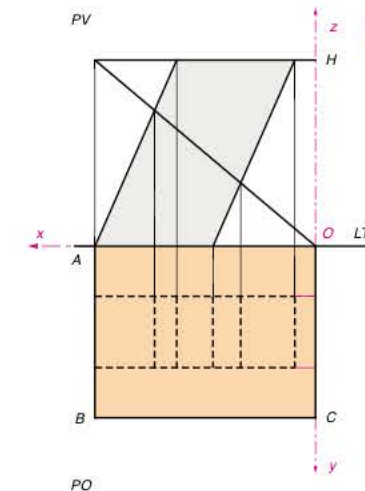
La si esegue come negli esercizi alle pagg. 264 e 268, con la differenza che il valore dimensionale è diverso su tutti e tre gli assi: in questo caso esso è uguale a 0,899 su z', 0,833 su x' e 0,733 su y'.

Osservazione: nel sistema trimetrico, quindi, le scale di riduzione assonometriche non possono essere mai uguali fra loro (**FIG. 51**).

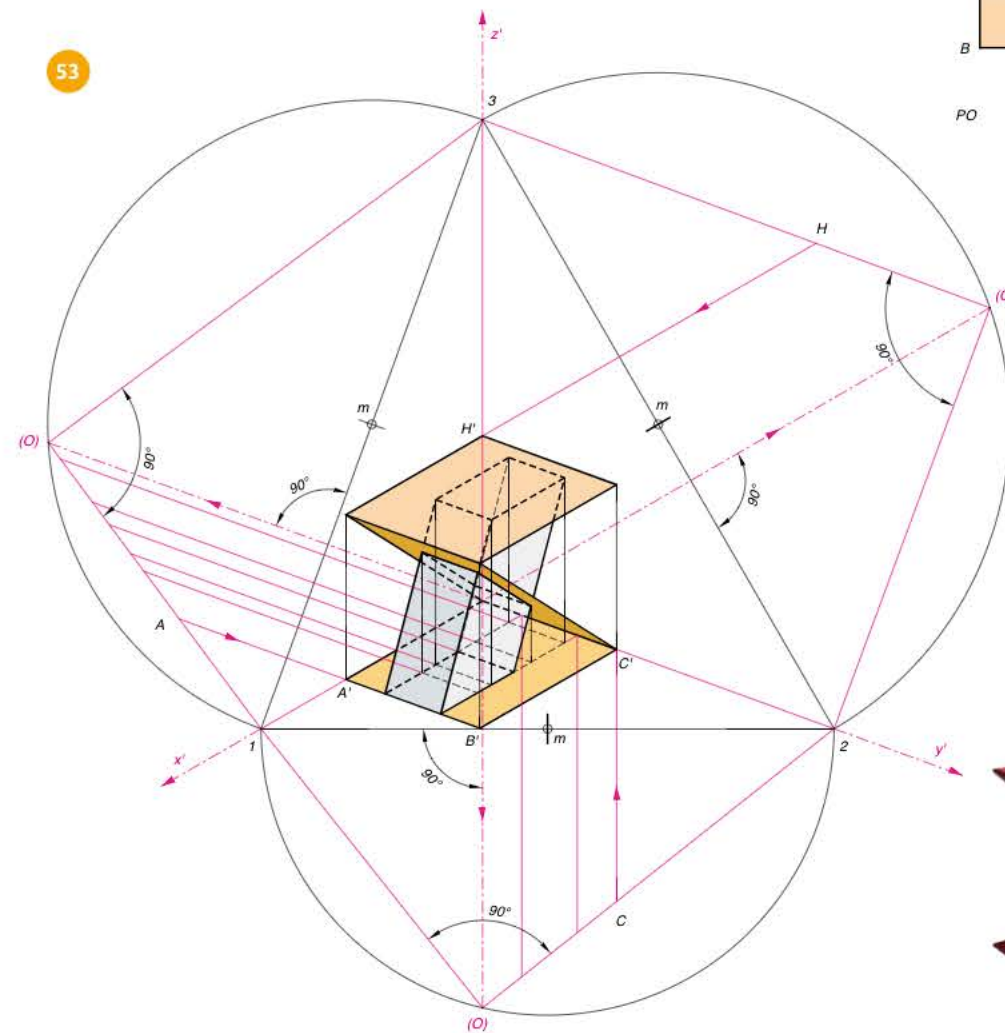


51

Partiamo ancora una volta, come già fatto a pag. 265 e a pag. 269, dal disegno preparatorio in proiezione ortogonale (**FIG. 52**) dello sgabello Z-tabure (**FIG. 54**). Ricordiamo, infatti, che partire dalla stessa immagine chiarisce i differenti risultati che si possono ottenere applicando i diversi sistemi dell'assonometria. Per realizzare l'assonometria trimetrica nella scala grafica di riduzione (**FIG. 53**) si procede come già visto alle pagg. 263, 265 e 269, ma in questo sistema si ribaltano i tre triangoli situati sul quadro assonometrico ottenendo, come mostra l'esempio della fig. 53, i triangoli rettangoli 1(O)3, 2(O)1, 3(O)2; essi sono necessari per ricavare sui cateti (O)1, (O)2, (O)3 le misure reali e, successivamente quelle ridotte, rispettivamente delle larghezze, delle profondità e delle altezze.



52



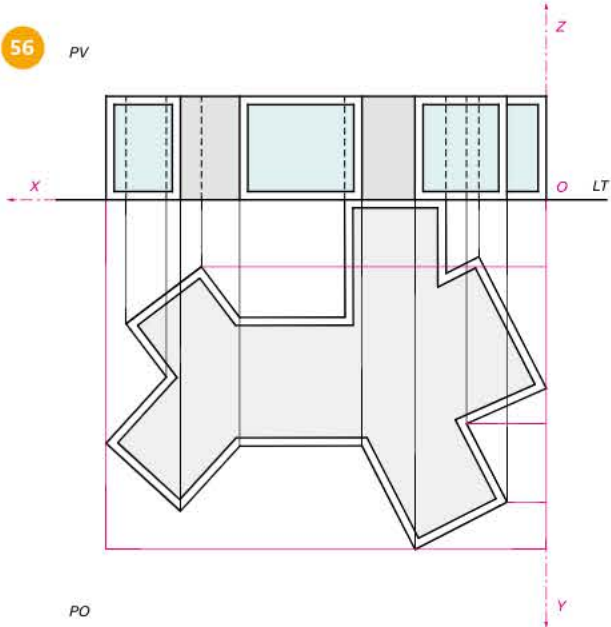
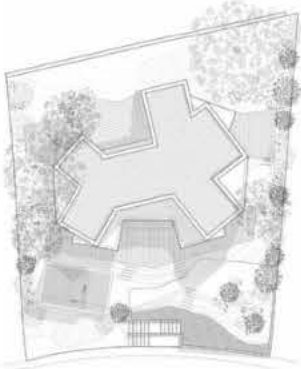
54

Osservazione: confrontando i risultati ottenuti con il sistema isometrico (pag. 265), dimetrico (pag. 269) e trimetrico di questa pagina, si può osservare come le diverse disposizioni degli assi e quindi delle scale assonometriche determinino effetti visivi diversi di uno stesso schema volumetrico.

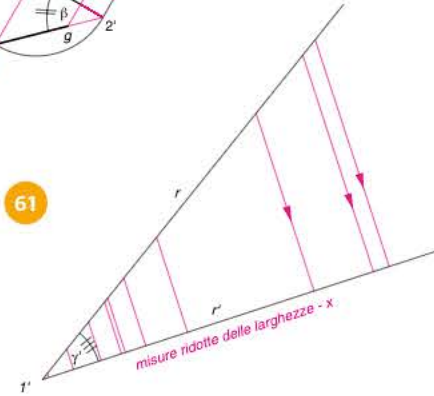
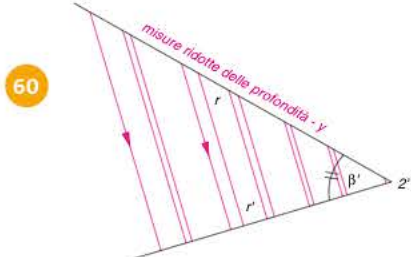
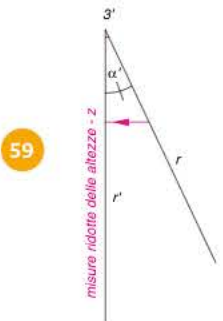
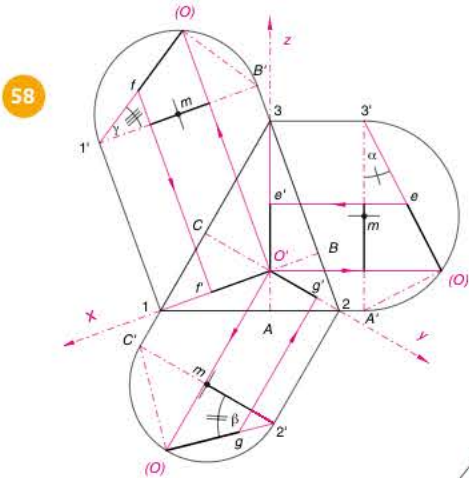
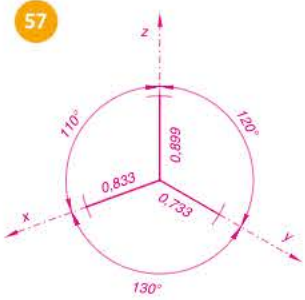


ASSONOMETRIA ORTOGONALE: SISTEMA TRIMETRICO, METODO INDIRECTO

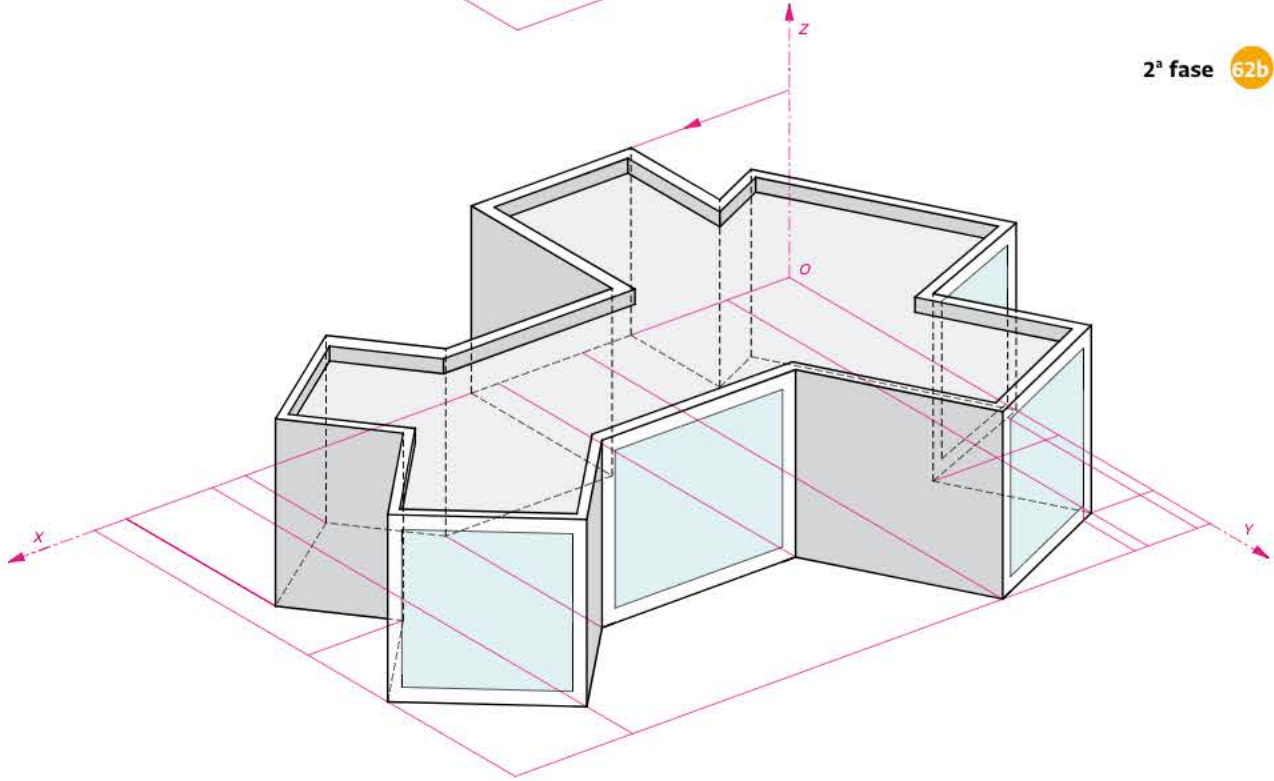
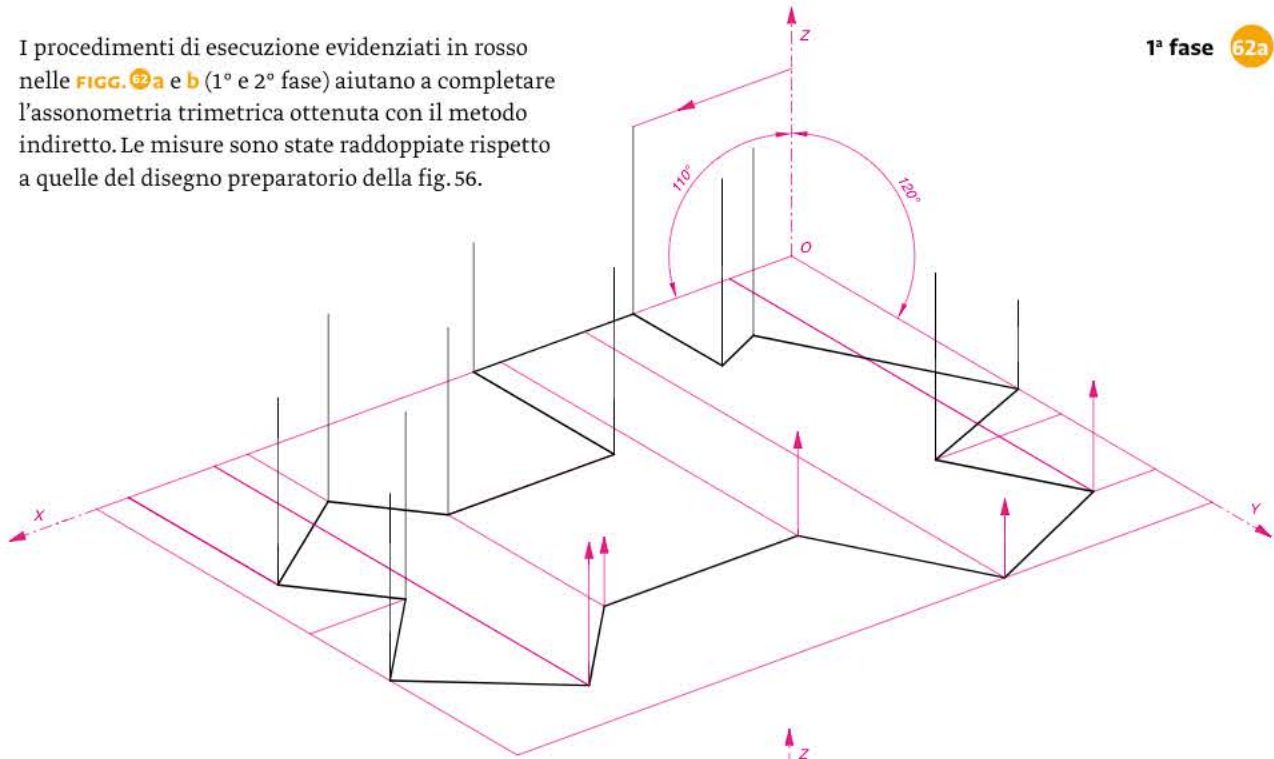
Anche in questo caso si parte dalla planimetria della Casa Girasole (FIG. 55) già utilizzata per illustrare i procedimenti dei sistemi isometrico e dimetrico eseguiti secondo i metodi indiretti. Di conseguenza è identico anche il disegno preparatorio in proiezione ortogonale di FIG. 56, necessario per costruire l'assonometria trimetrica di fig. 62a. Per realizzare questo disegno assonometrico con il metodo indiretto del sistema trimetrico, si procede, con alcune varianti, come già visto (► pagg. 266-267 e 270-271).



In FIG. 57 le angolazioni degli assi sono di 110° , 120° e 130° e il rapporto di riduzione nella scala numerica è 0,899 per l'asse z; 0,833 per l'asse x; 0,733 per l'asse y. Poiché il triangolo fondamentale 1-2-3 della FIG. 58 (necessario per ricercare a parte le scale di riduzione assonometriche) è scaleno, occorre ribaltare tutti e tre i triangoli rettangoli ($1O'B$, $2O'C$, $3O'A$, riferiti rispettivamente agli assi x, y e z). Di conseguenza sono tre anche gli angoli di riduzione necessari per ricavare i rapporti tra le misure reali e le corrispondenti misure assonometriche: α' , β' e γ' (FIGG. 59, 60 e 61) uguali ad α , β e γ di fig. 58. Successivamente su ciascuna semiretta r' si ottengono le misure assonometriche ridotte, rispettivamente, delle altezze, delle profondità e delle larghezze.



I procedimenti di esecuzione evidenziati in rosso nelle FIGG. 62a e b (1° e 2° fase) aiutano a completare l'assonometria trimetrica ottenuta con il metodo indiretto. Le misure sono state raddoppiate rispetto a quelle del disegno preparatorio della fig. 56.



Osservazione: come già constatato per i metodi diretti, il confronto fra i risultati grafici ottenuti con i metodi indiretti dei sistemi isometrico (► pagg. 266-267), dimetrico (► pagg. 270-271) e trimetrico (► pagg. 274-275) evidenzia come la veduta d'insieme dello stesso edificio vari al variare delle diverse disposizioni degli assi e, quindi, delle scale assonometriche adottate.

LA GEOMETRIA NELL'ARTE

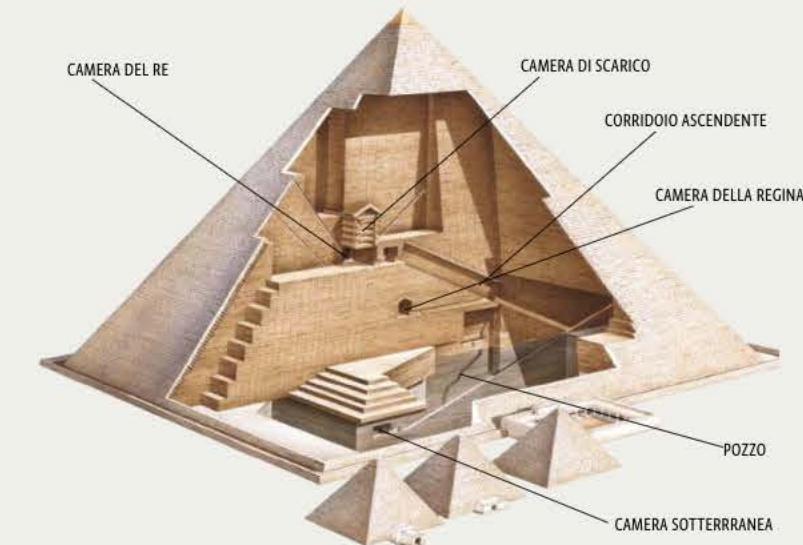
L'assonometria in architettura

Leggere le architetture del passato

In architettura l'assonometria è utilizzata per leggere più facilmente le volumetrie e la disposizione degli spazi all'interno delle strutture architettoniche. Osserva in queste pagine gli esempi di spaccati assonometrici di alcune grandi architetture del passato, le ricostruzioni grafiche degli spaccati assonometrici permettono di distinguere chiaramente la struttura originaria di opere architettoniche che, nel corso del tempo, hanno subito trasformazioni.

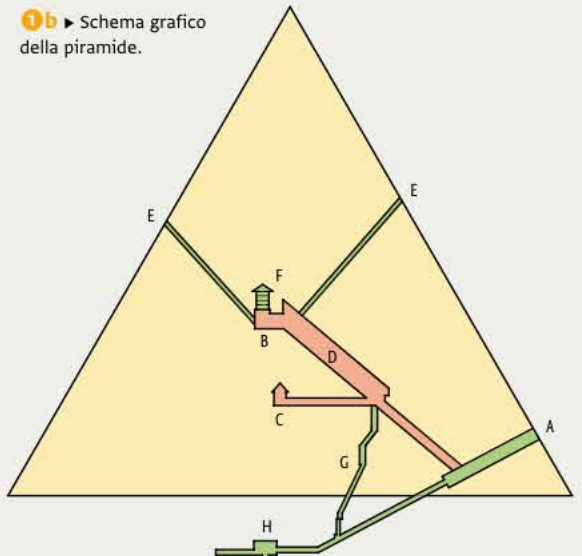
La piramide egizia

La semplice forma geometrica della piramide è in architettura una delle strutture più razionali e riassume simbolicamente lo spirito di tutta la civiltà egizia. La piramide più famosa e grande è quella di Cheope con quattro facce triangolari lisce inclinate di circa 52° e simbolicamente orientate verso i quattro punti cardinali. Lo spaccato assonometrico (FIG. 1a) e lo schema grafico (FIG. 1b) consentono di osservare il complesso sistema di passaggi all'interno della piramide. Il corridoio ascendente, la parte dell'opera considerata più misteriosa anche perché vi compaiono le uniche scritte (incise per di più in una lingua non egizia), conduce in alto alla camera del Re. Da qui partono due condotti per l'aria che attraversano tutta la struttura fino a emergere all'esterno nelle pareti nord e sud. Cunicoli simili non esistono in nessun'altra piramide. Condotti di aerazione sono presenti anche nella sottostante camera della Regina, ma questi, a differenza di quelli della camera del Re, non hanno uno sbocco fuori dalla piramide. Secondo alcuni studiosi questa anomalia è dovuta al fatto che i costruttori non riuscirono a terminare quei cunicoli.



1a Spaccato assonometrico della piramide di Cheope, 2560-40 a.C. Giza (Egitto).

1b Schema grafico della piramide.



- SISTEMA DI PASSAGGI NELLA PIRAMIDE DI CHEOPE**
- A ingresso principale
 - B camera del Re
 - C camera della Regina
 - D corridoio ascendente
 - E condotti
 - F camera di scarico
 - G canna di pozzo
 - H camera sotterranea

La basilica paleocristiana

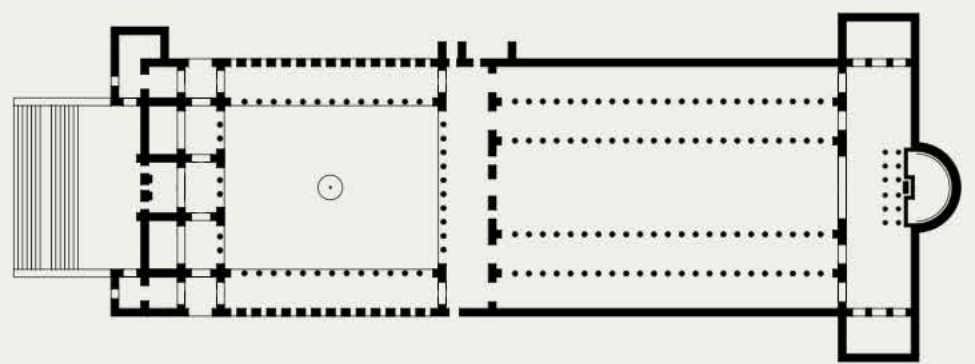
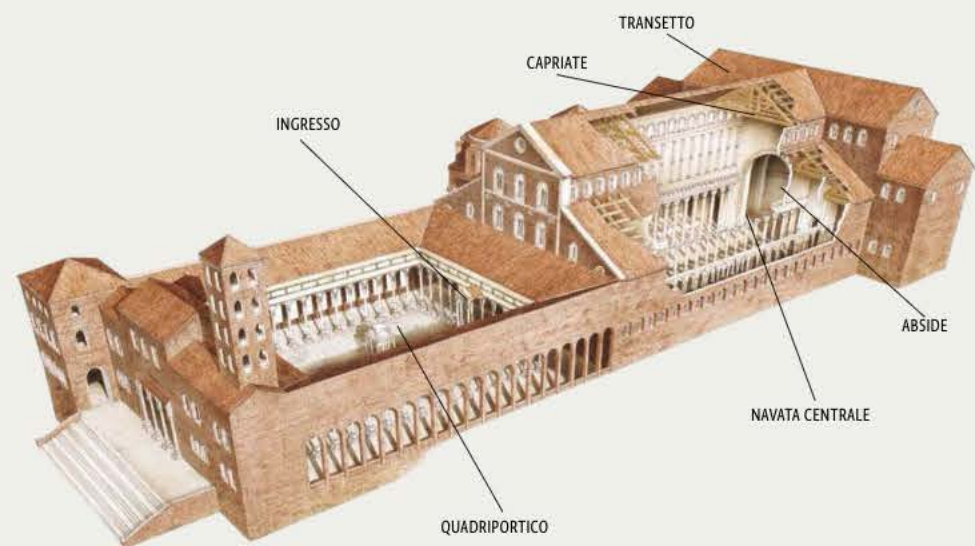
La basilica di San Pietro è un prototipo dell'architettura paleocristiana. Fu edificata dopo l'editto di Costantino (313 d.C.) sul luogo della sepoltura dell'apostolo Pietro per volontà dello stesso imperatore e completata nel 329, anno della sua consacrazione. La pianta si sviluppa in senso longitudinale e, a differenza delle basiliche pagane romane dalle quali deriva, l'ingresso si trova su uno dei lati minori.

Questa disposizione offre al fedele una visione immediata dell'altare, situato di fronte, sul lato opposto, e si conserverà sempre nelle basiliche cristiane. La basilica è preceduta da un quadriportico: un atrio a cielo aperto, pressoché rettangolare, circondato da porticati. L'interno è diviso in cinque navate, separate da colonne. La navata centrale, più larga e più alta delle laterali si conclude con un'abside

semicilindrica, innestata sulla parete di fondo e coperta da un quarto di sfera, il catino absidale. Il corpo longitudinale è tagliato trasversalmente dal transetto, un'altra navata rettangolare e sporgente, che conferisce alla pianta della basilica una forma a croce di Cristo, perciò detta a croce latina. La copertura della chiesa era a falde inclinate, sostenute da travi in legno chiamate capriate.

2a Spaccato assonometrico dell'antica basilica di San Pietro (basilica costantiniana), iv sec. Roma.

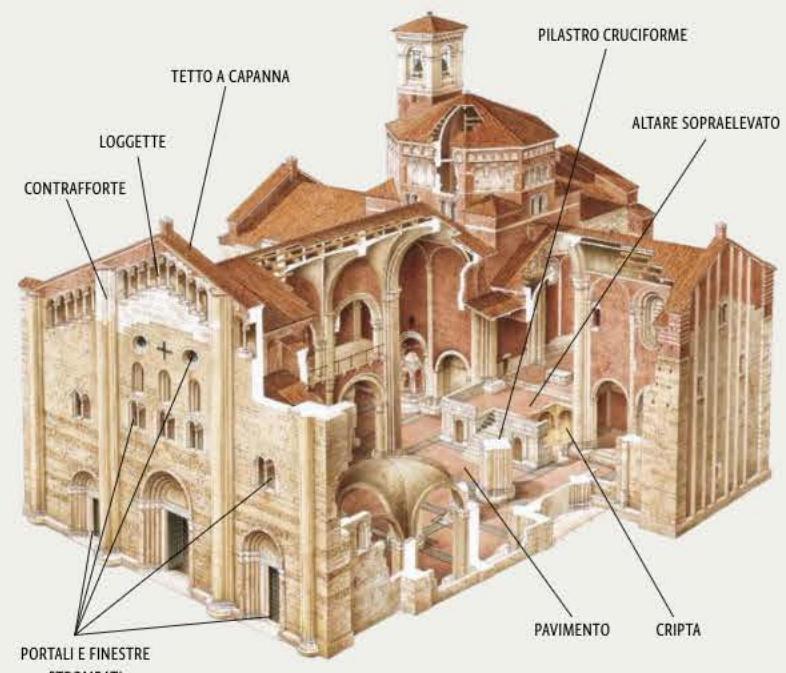
2b Pianta della basilica.



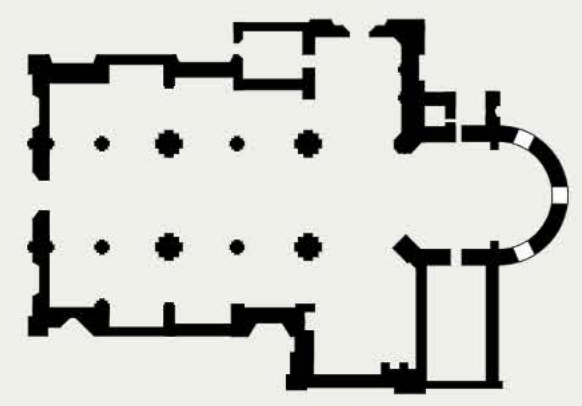


La basilica romanica

Lo spaccato assonometrico rende visibile sia la struttura nel suo complesso, sia i particolari esterni e interni degli elementi della basilica di San Michele Maggiore a Pavia, uno dei più significativi esempi di basilica romanica. La pianta è quella tipica di questo periodo artistico: ripartizione dello spazio interno in tre navate, di cui quella centrale, con campate quadrate, di dimensioni doppie rispetto a quelle delle navate laterali. Le tre navate sono separate fra loro non più da colonne, ma da robusti *pilastrini cruciformi*, ossia pilastrini quadrati cui sono addossate quattro semicolonne che danno loro la forma di croce. La scansione degli spazi è, come già sai (► pag. 220), su tre livelli: *pavimento*, *altare* e *cripta*. Nei muri esterni, di notevole spessore come è tipico dell'architettura romanica, i pieni prevalgono sui vuoti; perciò finestre e feritoie sono *strombate*, ossia svasate, verso l'interno in modo da ampliare la diffusione del fascio di luce che penetrava attraverso le piccole aperture. All'esterno, la facciata è divisa verticalmente in tre parti da *contrafforti*, elementi di sostegno aggettanti, mentre orizzontalmente essa è percorsa in alto da loggette che seguono gli spioventi del tetto *a capanna*, al centro da finestre (circolari, monofore e bifore) e in basso da tre portali profondamente strombati che danno accesso alle rispettive navate.



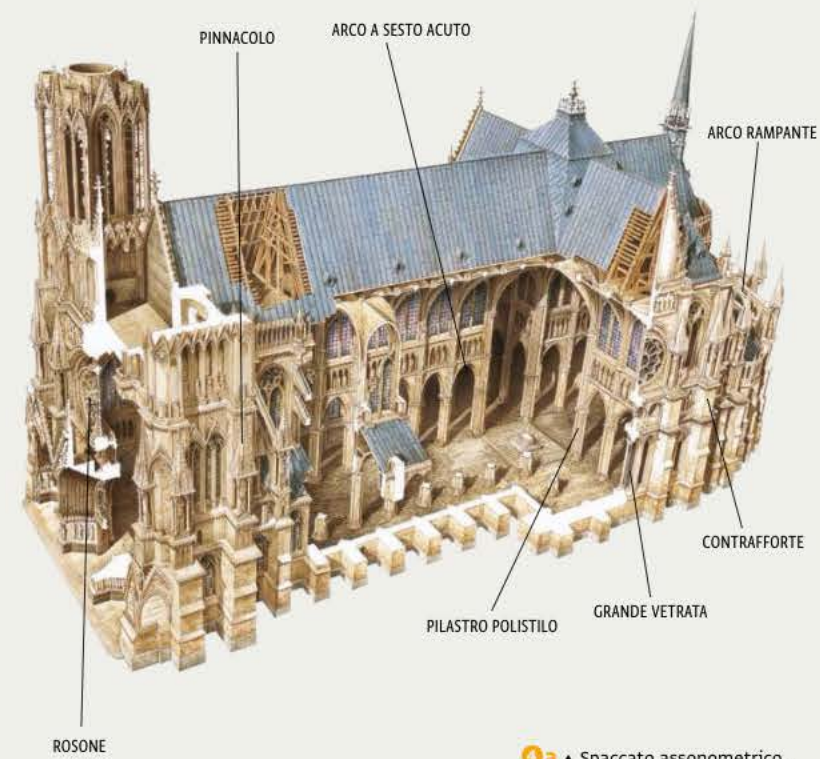
3a ▲ Spaccato assonometrico della basilica di San Michele Maggiore, XI-XII sec. Pavia.



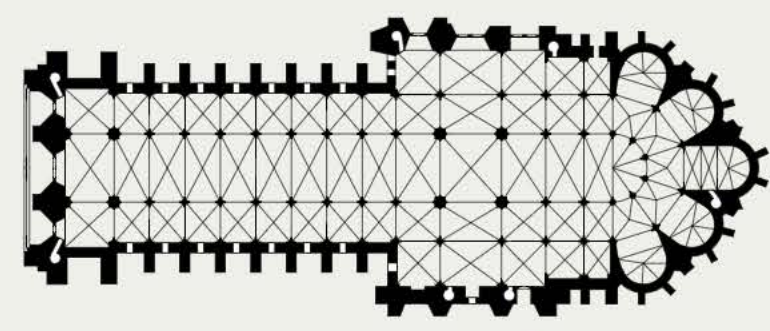
3b ▲ Pianta della basilica.

La cattedrale gotica

L'architettura gotica presenta importanti innovazioni tecniche basate su uno studio approfondito di pesi, spinte e contropesanti dei vari elementi strutturali. La pianta è a tre navate, con una campata rettangolare, in quella centrale, e due campate quadrate nelle due laterali; le navate sono separate da *pilastrini polistili*, composti cioè da semicolonne addossate a un nucleo centrale. Il transetto, trasversalmente corto, è longitudinalmente assai profondo e, anch'esso, a tre navate. Al di là del transetto il corpo longitudinale si arricchisce di altre due navate, che si concludono con un doppio *deambulatorio* (corridoio di forma semicircolare che circonda l'altare) sul quale si aprono le cappelle radiali, destinate al culto delle reliquie. Nuove strutture equilibrano le spinte laterali e verticali e migliorano la staticità dell'intera costruzione, rendendo superflua la presenza di mura spesse: - l'*arco rampante* posto tra un contrafforte e l'altro; - il *pinnacolo* (piccola guglia a forma piramidale o conica); - l'*arco a sesto acuto*, che sostituisce quello a tutto sesto utilizzato nel romanico. Perciò le cattedrali gotiche hanno pareti di spessore non eccessivo, aperture più ampie di quelle romaniche e una migliore illuminazione interna. Nella parte alta della facciata principale si apre il *rosone*, di forma circolare, chiuso da una vetrata istoriata.



3a ▲ Spaccato assonometrico, della cattedrale di Notre-Dame, 1211-75. Reims (Francia).



3b ▲ Pianta della cattedrale.

PROVA SUBITO: *assonometria*

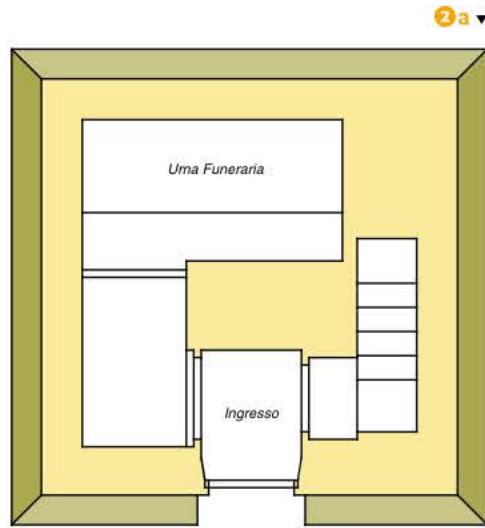
1. Nella faccia sud-orientale del basamento della Colonna Traiana (FIGG. 1a e b) si apre una porta che introduce in un piccolo ambiente d'ingresso: come si vede nella pianta (FIG. 2a) quest'ultimo conduce alla camera funeraria, a sinistra, dove un'urna d'oro conserva le ceneri dell'imperatore, e alla base della scala coclide, a destra, che percorre il fusto cavo della colonna permettendo di salire sino alla sommità. La colonna, quindi, ha una doppia funzione: celebrativa e funeraria.

Osserva in FIG. 2b la vista assonometrica dell'interno del piedistallo della Colonna Traiana. Poi, servendoti della pianta disegnata in fig. 2a, prova a riproporla graficamente con un sistema assonometrico di tipo ortogonale (isometrico, dimetrico o trimetrico).

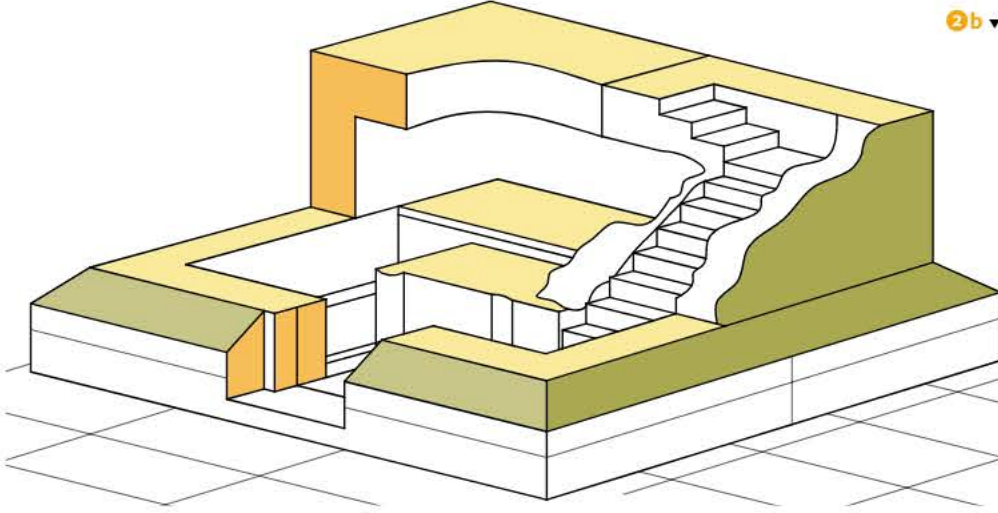


1a ◀ Colonna Traiana, 110-113 d.C. Roma.

1b ▼ Particolare del piedistallo cubico della colonna.



2a ▼



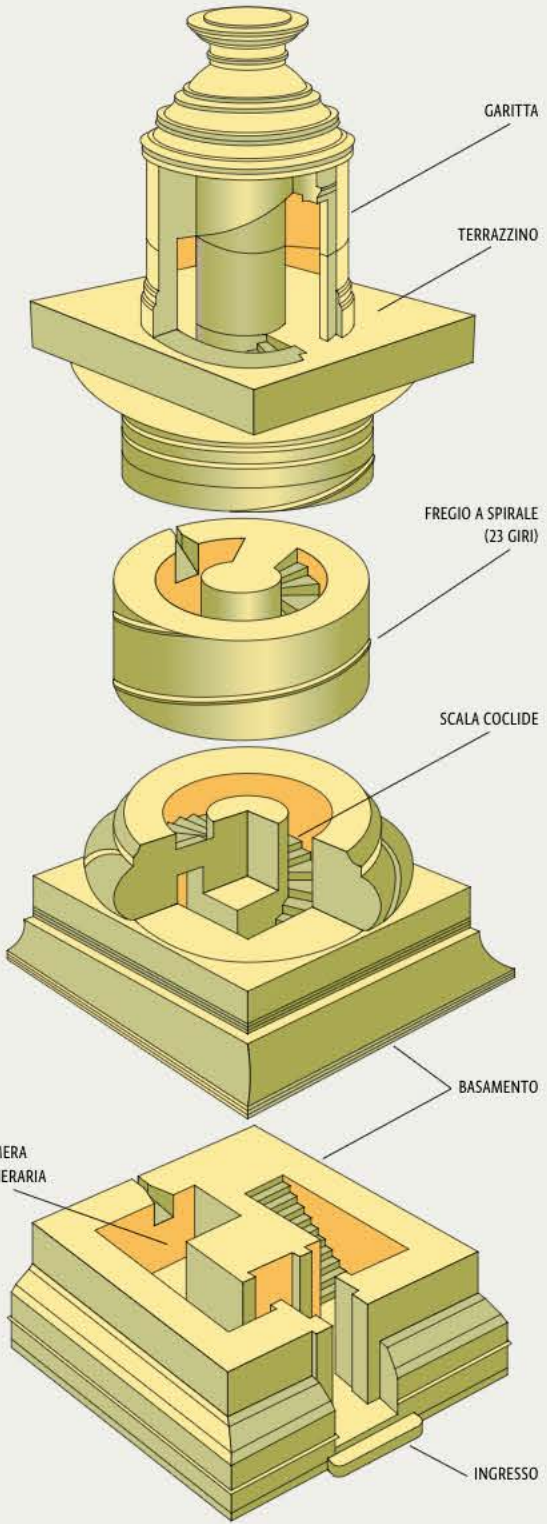
2b ▼

LA GEOMETRIA NELL'ARTE

L'assonometria esplosa in architettura

Roma: Colonna Traiana

La Colonna Traiana (► pag. 280, fig. 1a) è alta 29,78 metri e con il piedistallo raggiunge l'altezza totale di 39,86 metri. Esternamente è percorsa da un fregio a spirale continua che si sviluppa in 23 giri e illustra le fasi più importanti delle guerre condotte da Traiano contro i Daci dal 101 al 106 d.C. L'altezza del fregio aumenta progressivamente verso l'alto, bilanciando così l'effetto ottico provocato dallo schiacciamento prospettico dovuto alla distanza di chi guarda dal basso. Internamente la colonna è cava e contiene una scala coclide di 185 gradini. L'ultimo gradino porta all'interno di un piccolo ambiente, quasi una garitta, posto su un terrazzino quadrato. Esso funge da basamento per la statua che sormonta la colonna. La statua originaria, che raffigurava l'imperatore Traiano, fu asportata nel Medioevo e nel 1587, per volere di Pio V, sostituita da una statua di San Pietro. Il metodo grafico dell'assonometria "esplosa" utilizzato in architettura consente mirabilmente di osservare contemporaneamente le parti interne ed esterne di una struttura (FIG. 1). Sembra che un'esplosione abbia causato la divisione della colonna in più pezzi (nell'esempio in senso verticale): da ciò deriva il nome "esplosa" dato a questo tipo di disegno.



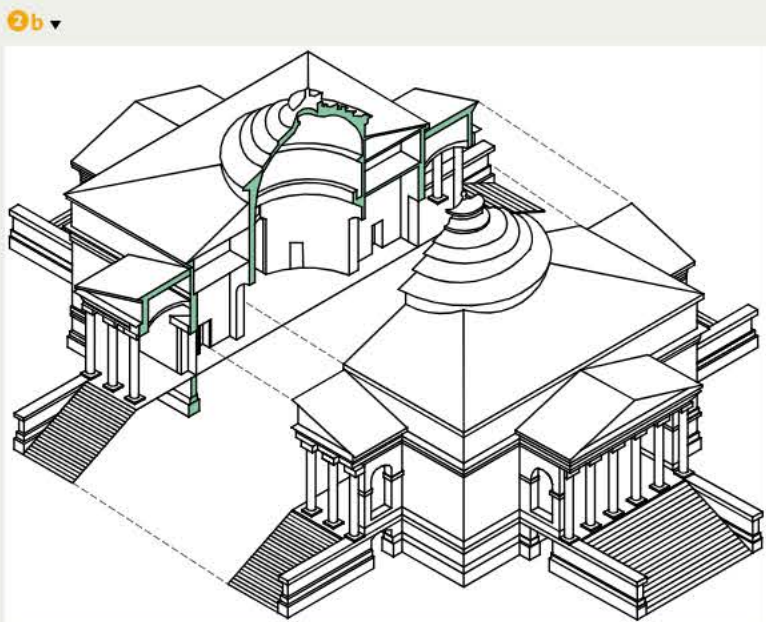
1 ►
Assonometria esplosa della Colonna Traiana.

Vicenza: La Rotonda

L'assonometria esplosa è utilizzata, in architettura, per descrivere graficamente parti interne ed esterne che costituiscono una struttura; esse vengono raffigurate separatamente, ma nell'ordine e nella reciproca posizione in cui si dispongono poi nel montaggio. Pertanto l'edificio rappresentato, in questo caso una villa palladiana (FIG. 2a), appare diviso in due come da una esplosione: da ciò deriva la denominazione di "esploso" data a questo tipo di disegno. Un esploso può apparire diviso, oltre che orizzontalmente (FIG. 2b), anche verticalmente e in più pezzi, come a pag. 281. L'assonometria esplosa può essere rappresentata con un sistema a piacere (isometrica nell'esempio). Questo tipo di rappresentazione trova impiego anche nel design e nella progettazione industriale per illustrare la conformazione e i componenti di diversi oggetti.



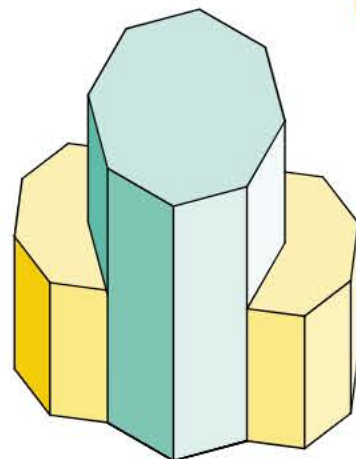
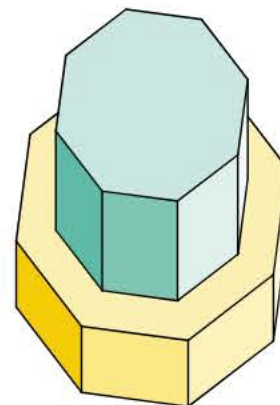
2a ▲ Andrea Palladio, Villa Almerico Capra, detta "La Rotonda", 1566-69. Vicenza.



PROVA SUBITO: *assonometria esplosa*

1. 🏰 Nelle strutture architettoniche si intravedono facilmente composizioni di solidi geometrici. È il caso dei prismi ottagonali che compongono l'intera volumetria del castello romanico di Federico II presso Andria (FIG. 1a). Si tratta di un'opera grandiosa, che presuppone conoscenze matematiche e geometriche, costituita in pianta da ottagoni regolari che si ripetono sia nel prisma centrale, con la relativa apertura a cielo aperto sia nei prismi delle torrette posti in corrispondenza dei vertici della pianta. Visto dall'alto il castello richiama la forma di una corona, il che potrebbe spiegarne la funzione, di fatto tuttora sconosciuta, ovvero la celebrazione e l'affermazione del potere imperiale. Osserva le due strutture ispirate a questo edificio e da esse ricava le proiezioni assonometriche con le relative esplosioni: verticale dalla FIG. 1b (▶ pag. 281), orizzontale dalla FIG. 1c (▶ pag. 282, fig. 2b).

1a ▼ Castel del Monte, XIII sec. Andria (Andria-Trani-Barletta).

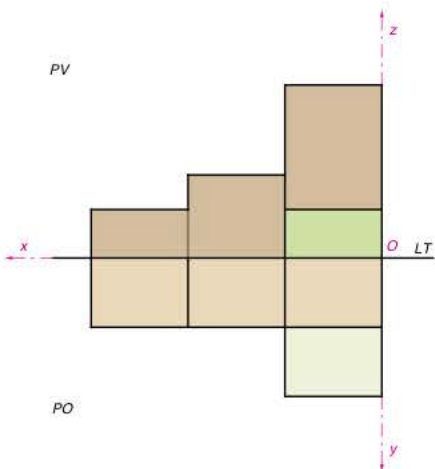


FACCIAMO IL PUNTO

284

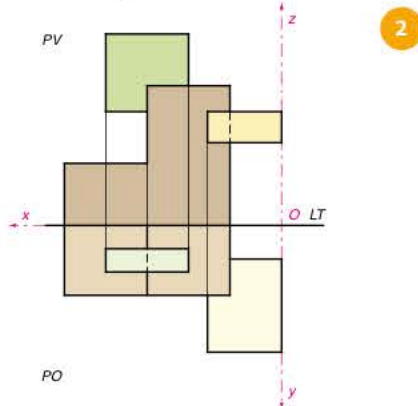
Riconosciamo e utilizziamo le proiezioni assonometriche

1. Disegna in assonometria cavaliera rapida un prisma retto a base pentagonale appoggiato con una faccia sul *PO*.
2. Disegna in assonometria cavaliera generica una piramide retta esagonale affiancata a un parallelepipedo; le basi dei due solidi poggiano sul *PO* e hanno un vertice in comune.
3. Disegna in assonometria monometrica un ottaedro regolare poggiante con un vertice sul *PO*; sovrapposta a esso è una piramide a base quadrata avente l'asse, perpendicolare al *PO*, in comune con quello dell'ottaedro.
4. Esegui l'assonometria monometrica dello schema volumetrico disegnato in prima e seconda proiezione nella FIG. 1.

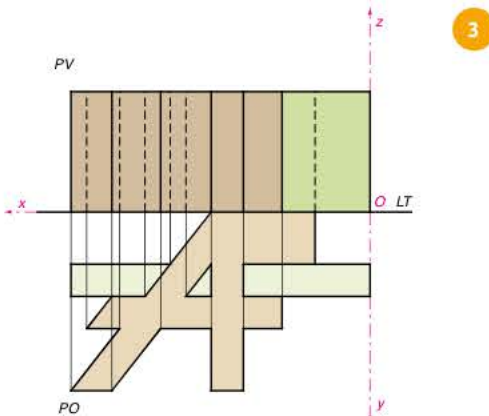


5. Disegna in assonometria isometrica, con il metodo diretto, un prisma triangolare e una piramide esagonale retti affiancati a piacere; la piramide poggia con il vertice sul *PO* e l'asse, rispetto a quest'ultimo, è perpendicolare.

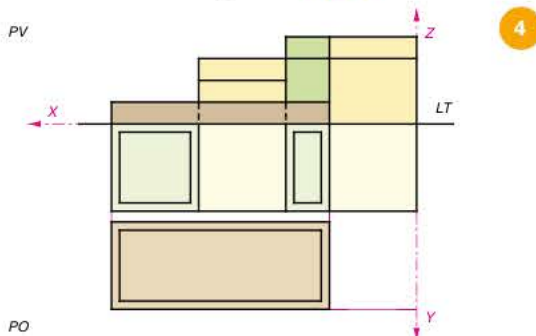
6. Esegui l'assonometria dimetrica, con il metodo indiretto, della struttura volumetrica disegnata in prima e seconda proiezione nella FIG. 2.



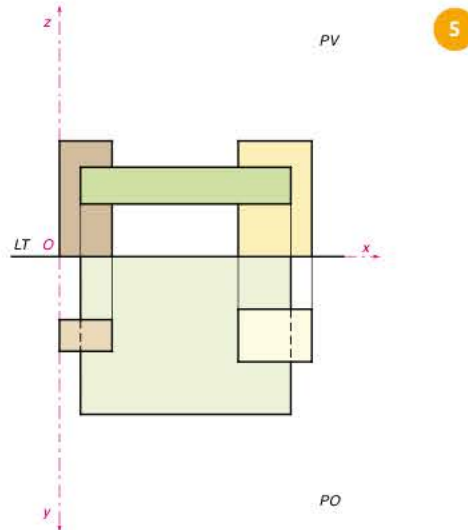
7. Disegna in assonometria militare un parallelepipedo poggiante, in parte, con una faccia su una faccia superiore di un cubo.
8. Disegna in assonometria trimetrica, con il metodo diretto, una piramide a base quadrata e un cubo retti, l'una sovrapposta all'altro e aventi le basi uguali e coincidenti.
9. Esegui l'assonometria isometrica, con il metodo indiretto, delle lettere *A*, *F* di FIG. 3 (dall'esercizio puoi ricavare altre composizioni utili a realizzare progetti grafici pubblicitari).



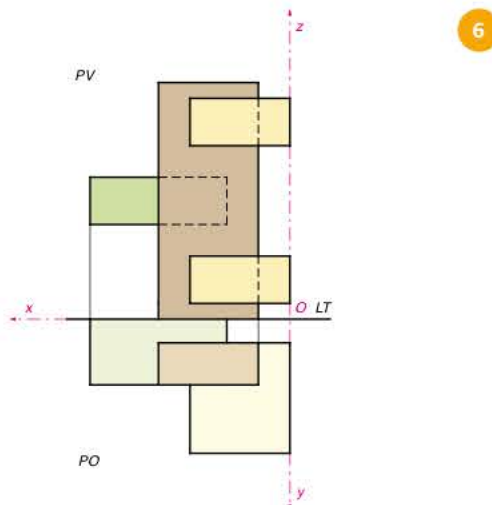
10. Disegna in assonometria trimetrica, con il metodo indiretto, un prisma ettagonale retto poggiante con una base sul *PO*; affiancagli un ottaedro regolare poggiante con uno spigolo su un suo spigolo e con un vertice sul *PO*. L'asse dell'ottaedro è perpendicolare al *PO*.
11. Disegna in assonometria militare un cilindro interposto fra due parallelepipedi di uguali dimensioni e con le basi quadrate; i tre solidi hanno l'asse, perpendicolare al *PO*, in comune.
12. Disegna in assonometria monometrica un cono retto sovrapposto a un cilindro retto; il vertice del cono poggia sulla base superiore del cilindro; i due solidi hanno l'asse, perpendicolare al *PO*, in comune.
13. Disegna in assonometria cavaliera, prima rapida e poi generica, uno stesso gruppo di solidi formato da un cubo sovrapposto a una piramide esagonale capovolta; gli assi dei due solidi sono perpendicolari al *PO* ma non coincidenti.
14. Disegna in assonometria isometrica, con un metodo a piacere (diretto o indiretto), un cilindro obliquo al *PO* e al *PL*, con l'asse parallelo al *PV* e poggiante su uno spigolo superiore di un cubo.
15. Esegui in assonometria isometrica, con il metodo indiretto, la composizione volumetrica disegnata in FIG. 4.



16. Esegui l'assonometria cavaliera rapida della struttura volumetrica disegnata in prima e seconda proiezione nella FIG. 5.



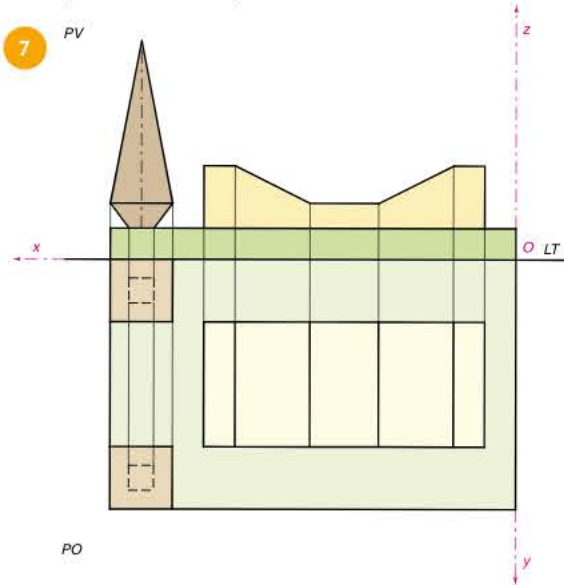
17. Esegui l'assonometria cavaliera generica della struttura volumetrica disegnata in prima e seconda proiezione nella FIG. 6.



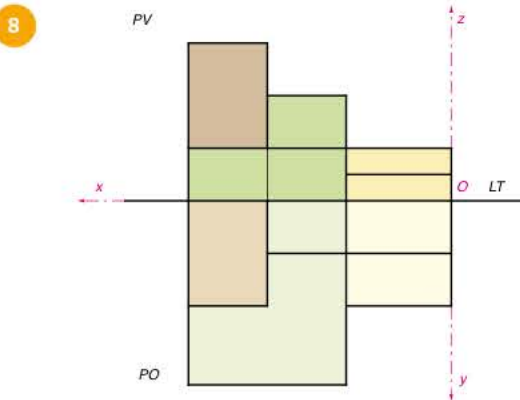
FACCIAMO IL PUNTO

286

18. Esegui in assonometria isometrica, con il metodo indiretto, lo schema architettonico disegnato in prima e seconda proiezione nella FIG. 7.



19. Esegui in assonometria trimetrica, con il metodo indiretto, la struttura volumetrica disegnata in prima e seconda proiezione nella FIG. 8.



20. Disegna in assonometria militare un esaedro; sovrapponi a esso una piramide retta a base quadrata capovolta e avente i lati di base uguali agli spigoli del cubo. Gli assi dei due solidi, perpendicolari al PO, sono in comune.

21. Disegna in assonometria trimetrica, con il metodo indiretto, un tetraedro regolare appoggiato con un vertice sul PO; a esso è sovrapposta una piramide con la base triangolare uguale e coincidente con la faccia superiore del tetraedro. Gli assi dei due solidi, perpendicolari al PO, sono l'uno il prolungamento dell'altro.

22. Disegna con un sistema assonometrico a piacere una struttura architettonica costituita da tre o più gradini.

23. La struttura architettonica del piccolo edificio di FIG. 9, a pianta ottagonale, è composta da una piramide e da un prisma ottagonali sovrapposti.

Ricava graficamente un esploso assonometrico utilizzando un metodo a tua scelta.



9 ▲ Cappella di Sant'Agata, XII sec. Pisa.

4

Prospettiva: elementi basilari

MODULO I

Prospettive centrali e accidentali:
metodi e tecniche